

## Appello esame del 19/2/04

1. Classificare la superficie topologica ottenuta come quoziente del poligono etichettato corrispondente all'etichettatura:

$$aabc b^{-1} d c^{-1} d^{-1} e e$$

2. Si consideri la funzione:

$$f(z) = \frac{\cos(z)}{z - \frac{\pi}{2}}$$

- a) Determinare il più grande aperto  $U$  di  $\mathbf{C}$  in cui  $f$  è analitica.  
 b) Per ogni  $z \in \mathbf{C} \setminus U$  dire se  $f$  ha in  $z$  una singolarità polare, e di che ordine, o essenziale, motivando la risposta.

3. Sia  $f \in M(\mathbf{P}^1)$  la funzione meromorfa determinata dalla funzione razionale

$$\frac{1}{z^4 - 2z^2}$$

Determinare  $R(f)$  e verificare la formula di Hurwitz.

4. Dopo aver dato la definizione di *funzione primitiva* di una funzione analitica, dimostrare la seguente

Proposizione: Sia  $\sum_{k \geq 0} a_k z^k$  una serie di potenze avente raggio di convergenza  $r > 0$ . Dimostrare che la funzione  $f(z)$  somma della serie possiede una primitiva in  $D_r(0)$ .

5. Calcolare il raggio di convergenza della serie

$$\sum_{k \geq 1} 2^k z^k$$