Corso GE5 2002/2003 (E. Sernesi)
Terzo appello esame - 16/9/03

1. Classificare la superficie topologica ottenuta come quoziente del poligono etichettato corrispondente all'etichettatura:

$$abcc^{-1}badede^{-1}$$

2. Si consideri la funzione:

$$f(z) = \frac{z}{e^z - e^{-z}}$$

a) Determinare il più grande aperto U di $\mathbf{C}$ in cui f è analitica.
b) Per ogni $z_0 \in \mathbf{C} \backslash U$ classificare il comportamento di $f(z)$ in z_0.
c) Dire se f è in 1 un isomorfismo analitico locale motivando la risposta.

3. Sia $f \in M(\mathbf{P}^1)$ la funzione meromorfa determinata dalla funzione razionale

$$\frac{z^2 - 2z + 1}{z^3}$$

Determinare $R(f)$ e verificare la formula di Hurwitz.

4. Calcolare lo sviluppo in serie in 0 della funzione

$$f(z) = \frac{1}{e^z} + \frac{1}{e^{-z}} - \frac{1}{1 - z^2}$$

ed il suo raggio di convergenza.

5. Utilizzando le proprietà dei rivestimenti ramificati di superfici di Riemann dimostrare il teorema fondamentale dell'algebra.

Soluzioni

1)

2)

a)

b)

c)

3) $R(f) = \{0, 1, 3\}$ con indici di ramificazione rispett. $2, 2, 3$.

4)