

Università degli Studi Roma Tre - Corso di Laurea in Matematica

Tutorato di Geometria 1

A.A. 2008-2009 - Docente: Prof. E. Sernesi

Tutori: Andrea Abbate e Matteo Acclavio

TUTORATO NUMERO 8 (30 APRILE 2009)

SPAZI AFFINI DI DIMENSIONE 3 E APPLICAZIONI LINEARI

I testi e le soluzioni dei tutorati sono disponibili al seguente indirizzo:

<http://www.lifedreamers.it/liuck/>

<http://www.mat.uniroma3.it/>

1. Stabilire se i punti $A, B, C \in \mathbb{A}^3(\mathbb{R})$ sono allineati, in presenza di un parametro discuterlo. Nel caso in cui i punti non risultassero allineati determinare le equazioni parametriche e cartesiane del piano che li contiene (in presenza di un parametro imporre un valore opportuno e procedere).

(a) $A = (-1, 0, 3)$ $B = (\frac{1}{2}, 2, 3)$ $C = (2, 4, 3)$

(b) $A = (2, 1, 1)$ $B = (1, 3, 2)$ $C = (2, 0, 1)$

(c) $A = (1, 1, 1)$ $B = (2, 1, -1)$ $C = (m + 1, m, -m + 1)$

(d) $A = (1, 0, 1)$ $B = (m, m - 3, 1)$ $C = (2m - 1, m + 1, -1)$

2. Si consideri lo spazio affine reale $\mathbb{A}^3(\mathbb{R})$.

- (a) Sia r la retta di equazioni cartesiane

$$r : \begin{cases} x + 2z + 1 = 0 \\ 2x + y + 3z + 1 = 0 \end{cases}$$

Determinare le equazioni parametriche di r .

- (b) Sia s la retta di equazioni cartesiane

$$s : \begin{cases} x + 1 = 0 \\ 2x + 3y + 1 = 0 \end{cases}$$

Dire se r ed s sono parallele, sghembe o incidenti. Nel caso in cui risultino incidenti determinare il punto di intersezione.

- (c) Determinare le equazioni cartesiane della retta t complanare con le rette r ed s e passante per il punto $P = (1, 0, 1)$.

- (d) Determinare le equazioni parametriche e cartesiane della retta q passante per il punto $Q = (1, 0, 0)$ e parallela al vettore $\mathbf{v} = (1, -1, 4)$.

- (e) Dire se t ed q sono parallele, sghembe o incidenti. Nel caso in cui risultino incidenti determinare il punto di intersezione.

3. Si consideri lo spazio affine reale $\mathbb{A}^3(\mathbb{R})$.

- (a) Scrivere le equazioni parametriche e cartesiane della retta r passante per il punto $P = (1, -1, -2)$ e parallela al vettore $\mathbf{v} = (1, 0, -1)$

(b) Sia s la retta di equazioni cartesiane

$$s : \begin{cases} y - 3z + 1 = 0 \\ x + y + 1 = 0 \end{cases}$$

Dire se le rette r ed s sono parallele, sghembe o incidenti. Nel caso in cui risultino incidenti trovare il punto di intersezione.

(c) Trovare l'equazione del piano p' passante per il punto $Q = (1, -1, 1)$ e parallelo alle rette r ed s .

(d) Determinare l'equazione del piano p'' appartenente al fascio proprio di piani di asse r e passante per il punto $A = (1, -2, 1)$.

(e) Sia $t = p' \cap p''$. Determinare la retta q complanare con le rette r ed s e tale che $t \cap q = (-\frac{1}{7}, -\frac{16}{7}, 3)$

4. Verificare che le seguenti applicazioni sono lineari e determinarne nucleo ed immagine:

(a) $F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ definita come $(x, y, z) \rightarrow (2z - x, x + y, x + 2y + 2z)$

(b) $F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ definita come $(x, y, z) \rightarrow (3x + y + 2z, -2x - 2y - z, x + z)$

(c) $F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ definita come $(x, y, z) \rightarrow (x + y - z, x - y + z)$

(d) $F : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^4$ definita come $(x, y) \rightarrow (x - 2y, 2x + y, 5y, 3x - y)$