

corso GE1 - a.a. 07/08 - Appello 1 (5/6/08)

1) Determinare dimensioni e basi dei sottospazi \mathbf{U} , \mathbf{W} , $\mathbf{U} \cap \mathbf{W}$, $\mathbf{U} + \mathbf{W}$ di \mathbf{R}^4 dove:

$$\mathbf{U} = \langle (1, 0, 1, 0), (0, 1, 0, 1), (3, -2, 3, -2) \rangle$$

$$\mathbf{W} = \langle (-1, -1, -2, 0), (1, 1, 2, 2), (1, 1, 2, 1) \rangle$$

2) Determinare, al variare del parametro reale a , le soluzioni reali del seguente sistema di equazioni lineari, usando il metodo di Kronecker-Rouché-Capelli:

$$\begin{aligned} Y + Z &= 1 \\ -2X + aY &= 2 \\ aX + 2Z &= a - 2 \end{aligned}$$

3) Studiare la diagonalizzabilità della matrice:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Nel caso sia diagonalizzabile determinare una matrice M tale che $M^{-1}AM$ sia diagonale.

4) Determinare il valore del parametro reale h per cui le due rette di $\mathbf{A}^3(\mathbf{R})$:

$$r : 2X - Y - h = Y - 4Z + 3 = 0, \quad s : X - hZ = Y + Z - 2 = 0$$

sono complanari. Determinare il loro piano comune e il punto di intersezione nel caso siano incidenti.