corso GE1 - a.a. 06/07 - Appello del 10/7/07

1) Si considerino i sottospazi di $\mathbf{R}^5$:

$$\begin{aligned}\mathbf{W}_1 &= \langle(1,-1,0,1,-1),(-2,2,-1,0,1),(-1,1,-2,3,-1)\rangle\\ \mathbf{W}_2 &= \langle(0,1,1,-1,1),(1,0,1,0,0),(-2,0,-3,2,-1)\rangle\end{aligned}$$

Determinare $\dim(\mathbf{W}_1+\mathbf{W}_2)$, $\dim(\mathbf{W}_1\cap\mathbf{W}_2)$ e una base di ognuno dei due.

2) Discutere il sistema:

$$\begin{array}{llll} 2X & & +2Z & =0\\ & 4Y & +(m-2)Z & =0\\ mX & +(m-1)Y & +2Z & =0\end{array}$$

in cui X,Y,Z sono incognite reali e m è un parametro reale.

3) In $\mathbf{R}^3$ determinare la matrice del cambiamento di base M_{BE}, dove E è la base canonica e

$$B=\{(1,1,1),(1,1,0),(1,0,0)\}$$

Si consideri poi l'operatore lineare $T:\mathbf{R}^3\to\mathbf{R}^3$:

$$T(x_1,x_2,x_3)=(x_1-x_2,x_2+x_3,x_3-x_1)$$

e se ne determini la matrice rispetto alla base B. Stabilire se T è diagonalizzabile motivando la risposta.

4) Dopo aver determinato il valore del parametro reale h per cui le due rette di $\mathbf{A}^3(\mathbf{R})$:

$$r: 2X-hY-4-h=Y+Z-2=0, \qquad s: 2X-2Y+Z+5=2X-4Y-Z+3=0$$

sono parallele determinare il loro piano comune.