

corso AC1 - a.a. 07/08

Appello X (10/9/08)

- 1) Calcolare lo sviluppo in serie in $z_0 = 0$ della funzione

$$f(z) = \frac{z}{z^2 + i}$$

e determinarne il raggio di convergenza.

- 2) Determinare lo sviluppo in serie di Laurent della funzione

$$f(z) = \frac{1 + \cos z}{z^4}$$

nel punto $z_0 = 0$. Classificare la singolarità di f in 0 e calcolarne il residuo.

- 3) Calcolare l'integrale:

$$\mathbf{I} = \int_{|z-1|=1} \frac{\sin(\pi z)}{(z^2 - 1)^2} dz$$

- 4) Determinare il numero di radici del polinomio

$$P(z) = 4z^4 - 29z^2 + 25$$

nella corona circolare $2 < |z| < 3$.

Soluzioni

1)

$$f(z) = \sum_{k \geq 0} (-i)^{k-1} z^{2k+1}, \quad r = 1$$

2)

$$\frac{2}{z^4} + \sum_{k \geq 1} (-1)^k \frac{z^{2k-4}}{(2k)!}$$

3)

$$-\frac{\pi^2}{2}i$$

4) 2