COGNOME .... *NOME* .... *MATRICOLA* ....

Risolvere il massimo numero di esercizi accompagnando le risposte con spiegazioni chiare ed essenziali. *Inserire le risposte negli spazi predisposti. NON SI ACCETTANO RISPOSTE SCRITTE SU ALTRI FOGLI. Scrivere il proprio nome anche nell'ultima pagina.* 1 Esercizio = 4 punti. Tempo previsto: 2 ore. Nessuna domanda durante la prima ora e durante gli ultimi 20 minuti.

FIRMA	1	2	3	4	5	6	7	8	TOT.
....									

1. Rispondere alle sequenti domande fornendo una giustificazione di una riga:

   a. È vero che $\cos \pi/40$ è un numero costruibile?

   ....

   b. E' vero che tutti i polinomi di grado 4 a coefficienti reali sono risolubili per radicali?

   ....

   c. È vero che i campi finiti sono sempre estensioni normali dei loro sottocampi fondamentali?

   ....

   d. È vero che esistono estensioni di grado infinito ma algebriche?

   ....

2. Dopo aver dato la definizione di chiusura algebrica di un campo, dimostrare che una chiusura algebrica di un qualsiasi campo è sempre un campo infinito.

3. Sia q un numero primo tale che $p = 2q + 1$ è primo. Dimostrare che il campo ciclotomico $\mathbf{Q}(\zeta_p)$ ammette esclusivamente due sottocampi non banali. Determinarli.

4. Calcolare il gruppo di Galois del polinomio $f(X) = X^4 - 2X^3 + 2X^2 + 2 \in \mathbf{Q}[X]$.

5. Dimostrare che il Gruppo di Galois di un polinomio irriducibile a coefficienti razionali è costituito da permutazioni pari delle radici se e solo se il discriminante del polinomio è un quadrato perfetto.

6. Si enunci nella completa generalità il Teorema di corrispondenza di Galois.

7. Calcolare il grado del campo di spezzamento di $(X^{2^{11}} - X)(X^{16} + X^8 + 1) \in \mathbf{F}_2[X]$.

8. Determinare il polinomio minimo di $\sqrt{2 + \sqrt{5}}$ su $\mathbf{Q}[\sqrt{5}]$.