COGNOME .... *NOME* .... *MATRICOLA* ....

Risolvere il massimo numero di esercizi accompagnando le risposte con spiegazioni chiare ed essenziali. *Inserire le risposte negli spazi predisposti. NON SI ACCETTANO RISPOSTE SCRITTE SU ALTRI FOGLI. Scrivere il proprio nome anche nell'ultima pagina.* 1 Esercizio = 3 punti. Tempo previsto: 2 ore. Nessuna domanda durante la prima ora e durante gli ultimi 20 minuti.

1. Dimostrare che il gruppo delle matrici 3×3 invertibili a coefficienti nel campo con due elementi è un sottogruppo transitivo di S_7. *Suggerimento: pensare al piano proiettivo.*

2. Descrivere gli elementi del gruppo di Galois del polinomio $(x^2-2)(x^2-3)(x^2-5)(x^2-30)$.

3. Enunciare il Teorema di Dedekind per gruppi di Galois di polinomi a coefficienti interi e lo si applichi per mostrare che il gruppo di Galois si $\mathbf{Q}$ del polinomio $(x^2+x+1)(x^3+x+1)+2$ è S_5.

4. Calcolare quanti sono i polinomi irriducibili (monici) di grado l^2 (l primo) su $\mathbf{F}_q$ (q primo).

5. Calcolare il gruppo di Galois del polinomio x^4-2x+1.

6. Fornire una condizione necessaria e sufficiente affinché il gruppo di Galois di un polinomio irriducibile di grado n a coefficienti razionali sia contenuto in A_n.

7. Spiegare come si fa a costruire un polinomio il cui gruppo di Galois isomorfo a $(C_5)^k$.

8. Si enunci nella completa generalità il Teorema di corrispondenza di Galois.

9. Sia $p>2$ un primo. Dimostrare che il p-esimo campo ciclotomico $\mathbf{Q}[\zeta_p]$ contiene $\mathbf{Q}[\sqrt{(-1)^{(p-1)/2}p}]$ e che questo è l'unico sottocampo quadratico.

10. Quali sono i generatori del gruppo moltiplicativo di $\mathbf{F}_2[\alpha]$, con $\alpha^4=\alpha+1$?

11. Sia $f \in \mathbf{F}_p[x]$ con $\partial f = 4$. Mostrare che f è irriducibile se e solo se $\mathrm{MCD}(f, x^p-x) = \mathrm{MCD}(f, x^{p^2}-x) = 1$. Usare questo criterio per mostrare che $x^4+x^3-x^2-x-1$ è irriducibile su $\mathbf{F}_3$.
12. Enunciare e dimostrare il Teorema di construibilità degli n-agoni regolari fornendo anche qualche esempio.

NOME E COGNOME	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	TOT.
....													