COGNOME .... *NOME* .... *MATRICOLA* ....

Risolvere il massimo numero di esercizi accompagnando le risposte con spiegazioni chiare ed essenziali. *Inserire le risposte negli spazi predisposti. NON SI ACCETTANO RISPOSTE SCRITTE SU ALTRI FOGLI. Scrivere il proprio nome anche nell'ultima pagina.* 1 Esercizio = 3 punti. Tempo previsto: 2 ore. Nessuna domanda durante la prima ora e durante gli ultimi 20 minuti.

1. Calcolare il polinomio minimo su $\mathbf{Q}$, di $\cos(2\pi/5) + \cos^2(2\pi/5)$.

2. Dopo aver definito la nozione di polinomio minimo, si dimostri che è sempre irriducibile.

3. Determinare tutti i sottocampi di $\mathbf{Q}(\zeta_{16})$.

4. Dimostrare che il polinomio $X^{p^n} - X \in \mathbf{F}_p[X]$ è separabile ed è il prodotto di tutti i polinomi irriducibili (monici) in $\mathbf{F}_p[X]$ il cui grado divide n.

5. Calcolare il gruppo di Galois su $\mathbf{Q}$ del polinomio $x^4 + 4x^2 + 18$.

6. Definire la nozione di discriminante di un polinomio in $\mathbf{Q}[x]$ e mostrare che che il gruppo di Galois di un polinomio è contenuto nel gruppo alterno A_n se e solo se il discriminante è un quadrato perfetto.

7. Costruire un estensione F di Galois di $\mathbf{Q}$ tale che $\mathrm{Gal}(F/\mathbf{Q}) \simeq C_3 \times C_3 \times C_4$.

8. Si enunci nella completa generalità il Teorema di corrispondenza di Galois.

10. Dare un esempio di campo finito $\mathbf{F}_{27}$ con 27 elementi determinando tutti i generatori del gruppo moltiplicativo $\mathbf{F}_{27}^*$.

11. Dopo aver definito la nozione di campo perfetto, si dia un esempio di campi imperfetto.

12. Enunciare e dimostrare il Teorema di costruibilità dei poligoni regolari.

NOME E COGNOME	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	TOT.
....													