

## ESERCIZI SULLE DERIVATE

(1) Per quali  $t \in \mathbb{R}$  è derivabile  $F(t) = \int_0^t \sqrt{x} dx$ .

(2) Calcolare la derivata delle seguenti funzioni:

1.  $\int_0^{\sqrt{x}} e^{t^2} dt$

2.  $\int_1^{e^x} \log t dt$

3.  $\int_0^{\sin x} \frac{1}{1-t^2} dt$

4.  $\int_x^1 \sin^2 t dt$

(3) Sia  $f$  derivabile in  $[a, b]$ , provare, usando il teorema del valor medio, che:

1.  $f'(x) = 0 \forall x \in [a, b] \Rightarrow f$  è costante in  $[a, b]$

2.  $f'(x) \geq 0 \forall x \in [a, b] \Rightarrow f$  è monotona in  $[a, b]$

3.  $f'(x) > 0 \forall x \in [a, b] \Rightarrow f$  è iniettiva in  $[a, b]$

(4) Sia  $f$  pari  $\forall x \in \mathbb{R}$ , provare che  $f'$  è dispari.

Sia  $g$  dispari, provare che  $g'$  è pari.

Sia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  derivabile. Dire per quali  $x \in \mathbb{R}$  la funzione  $\frac{1}{f(x)}$  risulta derivabile a calcolarne la derivata.

(5) Calcolare  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \int_0^x \cos t^2}{1 - \cos x} dt$ .

(5) Sia  $F(x) = \int_2^x \left(1 - \frac{\sin^2 t}{t^2}\right) dt$  per  $x > 0$ , verificare che:

a)  $F(x)$  è monotona

b)  $F(x)$  ammette asintoto obliquo

c) Stabilire se  $F(x)$  ha punti di flesso in  $(0, \pi)$  .

(6) Con un foglio di lati  $a$  e  $b$  si vuole costruire una scatola (senza coperchio) ritagliando 4 quadrati di lato  $r$  agli angoli e ripiegando i lembi. Come si deve scegliere  $r$  affinché il volume sia massimo?