VIII tutorato di analisi matematica 1a

docenti: prof. M. Girardi, prof. P. Magrone

25 novembre 2004

Esercizio 1. Trovare i seguenti limiti e verificarne l'esattezza attraveso la definizione:

a) $\lim_{n\to+\infty}(-\frac{2}{3})^{n+2}$ Sol: 0

b) $\lim_{n\to+\infty}\frac{3n^2-n}{2n^2+4}$ Sol: 3/2

c) $\lim_{n\to+\infty}\log_2(\frac{1}{n})$ Sol: $-\infty$

d) $\lim_{n\to+\infty}\tan\frac{1}{n}$ Sol: 0

e) $\lim_{n\to+\infty}2^n$ Sol: $+\infty$

Esercizio 2. Dimostrare che, se a_n converge ad a e $a_n \geq 0\ \forall n \in \mathbb{N}$, allora $\lim_{n\to\infty}\sqrt{a_n} = \sqrt{a}$.

Sol: l'idea per semplificarvi la vita è quella di srivervi $a_n - a = (\sqrt{a_n}+\sqrt{a})(\sqrt{a_n}-\sqrt{a})$ e poi utilizzare la definizione di limite in modo opportuno.

Esercizio 3. Calcolare i limiti ($a, c > 0$):

a) $\lim_{n\to+\infty}\sqrt{n+1}-\sqrt{n}$

b) $\lim_{n\to+\infty}\sqrt{2n}-\sqrt{n-1}$

c) $\lim_{n\to+\infty}\sqrt{n^2-n}-\sqrt{n^2+1}$

d) $\lim_{n\to+\infty}\sqrt{a+b}-\sqrt{cn+d}$

Sol: questi quattro limiti si risolvono tutti nello stesso modo: razionalizzando e studiano la frazione (più semplice) trovata.

Esercizio 4. Calcolare i seguenti limiti:

a) $\lim_{n\to+\infty} n\sin\frac{2}{n}\cos\frac{2}{n}$ Sol: 2

b) $\lim_{n\to+\infty} n^2(1-\cos\frac{1}{n})$ Sol: 1/2

c) $\lim_{n\to+\infty}\frac{n(1-\cos\frac{1}{n})}{\sin\frac{1}{n}}$ Sol: 1/2

d) $\lim_{n\to+\infty}\frac{n^2+1}{n+1}\sin\frac{1}{n}$ Sol: 1