IX tutorato di analisi matematica 1a

Gabriele Nocco Stefano Urbinati

5 dicembre 2005

Esercizio 1. Calcolare i seguenti limiti:

a) $\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{\sin n}{n}\right)^{n^2}$

b) $\lim_{n\to\infty}\left(\frac{n^2+3}{n^2+1}\right)^{n^3}$

c) $\lim_{n\to\infty}(n^2+2n)\sin\left(\frac{1}{3n^2+7}\right)$

d) $\lim_{n\to\infty}\sqrt[n]{\log\left[\left(\frac{\sqrt{n}+2}{\sqrt{n}}\right)^{\sqrt{n}^n}\right]}$

e) $\lim_{n\to\infty}\frac{\ln\left[\left(\frac{n+2}{n^2}\right)e^{n-1}\right]}{2n}$

Esercizio 2. Utilizzando il criterio del rapporto, stabilire il carattere delle seguenti serie:

a) $\sum_{n=0}^{\infty}2^n n$

b) $\sum_{n=1}^{\infty}n2^{-n}$

c) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^2+1}{4^n}$

d) $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{n!}{n^n}$

Esercizio 3. Utilizzando il criterio della radice, stabilire il carattere delle seguenti serie:

a) $\sum_{n=0}^{\infty}n^{-n}$

b) $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n+1}{2n+1}\right)^n$

c) $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{2n^2+1}{n^2+3n1}\right)^n$

d) $\sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{\log n}{n}\right)^n$

Esercizio 4. Dire se le seguenti serie convergono:

a) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\cos \pi n}{n+2}$

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \sin \frac{1}{n+1}$

c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n}$

d) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n+1}{n!}$

Esercizio 5. Dire per quali x le seguenti serie sono convergenti:

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{1+x^{2n}}$

b) $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1+x}{1+nx}\right)^n$