VIII tutorato di analisi matematica 1a

Gabriele Nocco Stefano Urbinati

28 novembre 2005

Esercizio 1. Calcolare i seguenti limiti:

a) $\lim_{n\to\infty} \left(1+\frac{7}{n}\right)^{2n}$

b) $\lim_{n\to\infty} \left(\frac{n^3-2}{n+2}+\frac{n^3-2n^2}{n+1}\right)$

c) $\lim_{n\to\infty} \left(1+\frac{1}{n!}\right)^{n^n}$

d) $\lim_{n\to\infty} \left(\sqrt[n]{2}-1\right)^n$

e) $\lim_{n\to\infty} \sin\left(2\pi\sqrt{n^2+\sqrt{n}}\right)$

Esercizio 2. Trovare, se esiste, il limite delle seguenti successioni:

a) $a_n = 1+\sin n$

b) $a_n = \arctan\left(-\frac{1}{2}\right)^n$

c) $a_n = \frac{(-1)^n}{n}\cdot\frac{1+(-1)^n}{2}$

d) $a_n = \frac{n!}{2^n}\sin n\frac{\pi}{2}$

e) $a_n = \sqrt[n]{(-1)^n n}$

Esercizio 3. Dimostrare che, se $a_n > 0\ \forall n\in\mathbb{N}$, $b_n = \frac{a_{n+1}}{a_n}$ e $b_n \to b > 1$ allora $a_n \to \infty$.

Esercizio 4. Trovare il massimo e il minimo limite delle seguenti successioni:

a) $a_n = 1-\cos n$

b) $a_n = \arctan(-2)^n$

c) $a_n = \frac{(-1)^n}{n}+\frac{1+(-1)^n}{2}$

d) $a_n = \frac{n!}{2^n}\sin n\frac{\pi}{2}$

e) $a_n = \sqrt[n]{(-1)^n n}$

f) $a_n = \sqrt{n^2 - 1} - n$

g) $a_n = 1 + (-1)^n$

h) $a_n = \frac{n+1}{n} \sin \frac{n\pi}{10}$

i) $a_n = \sin^2\left(\frac{n^2}{2n+1}\right) + \cos^2\left(\frac{n^3+6n}{(n+2)^2}\right)$