# X tutorato di analisi matematica 1a

Gabriele Nocco     Stefano Urbinati

15 dicembre 2005

**Esercizio 1.** Dimostrare che la seguente caratterizzazione equivale a quella di massimo limite:

l è massimo limite se

i) $\forall \epsilon > 0 \quad \exists \nu : \forall n \geq \nu \quad a_n < l + \epsilon$

ii) esiste una sottosuccessione $a_{n_k} \overset{k \to +\infty}{\longrightarrow} l$

**Esercizio 2.** Sia $a_n$ tale che $maxlim(a_n) = +\infty \quad minlim(a_n) = -\infty$:

a) Dare un esempio di $a_n$ come sopra

b) Dimostrare che

$\exists \{a_{n_k}\} \subseteq \{a_n\}$ tale che $\lim_{k \to +\infty} a_{n_k} = +\infty$

$\exists \{a_{n_h}\} \subseteq \{a_n\}$ tale che $\lim_{h \to +\infty} a_{n_k} = -\infty$

**Esercizio 3.** Sia $a_n$ una successione qualunque. Dimostrare che se $x_0$ è un punto di accumulazione per $a_n$, allora esiste una sottosuccessione $a_{n_k}$ estratta da $a_n$ tale che $\lim_{k \to +\infty} a_{n_k} = x_0$

**Esercizio 4.** Trovare il massimo e il minimo limite delle seguenti successioni:

**a)** $a_n = 1 - \cos n$

**b)** $a_n = \arctan{(-2)^n}$

**c)** $a_n = \frac{(-1)^n}{n} + \frac{1+(-1)^n}{2}$

**d)** $a_n = \frac{n!}{2^n} \sin n\frac{\pi}{2}$

**e)** $a_n = \sqrt[n]{(-1)^n n}$

**f)** $a_n = \sqrt{n^2 - 1} - n$

**g)** $a_n = 1 + (-1)^n$

**h)** $a_n = \frac{n+1}{n} \sin \frac{n\pi}{10}$

**i)** $a_n = \sin^2 \left( \frac{n^2}{2n+1} \right) + \cos^2 \left( \frac{n^3+6n}{(n+2)^2} \right)$