Soluzioni VII tutorato di AM1a

Gabriele Nocco Stefano Urbinati

25 novembre 2005

Esercizio 1. Trovare i seguenti limiti e verificarne l'esattezza attraveso la definizione:

a) $\lim_{n\to+\infty}(-\frac{2}{3})^{n+2}$ Sol: 0

b) $\lim_{n\to+\infty}\frac{3n^2-n}{2n^2+4}$ Sol: 3/2

c) $\lim_{n\to+\infty}\log_2(\frac{1}{n})$ Sol: $-\infty$

d) $\lim_{n\to+\infty}\tan\frac{1}{n}$ Sol: 0

e) $\lim_{n\to+\infty}2^n$ Sol: $+\infty$

Suggerimento: per verificare tale risultati si puó razionalizzare e considerare la frazione che è diventata piú semplice!!!

Esercizio 2. Dimostrare che, se a_n converge ad a e $a_n \geq 0$ $\forall n \in \mathbb{N}$, allora $\lim_{n\to\infty}\sqrt{a_n} = \sqrt{a}$.
Sol: l'idea per semplificarvi la vita è quella di scrivervi
$a_n - a = (\sqrt{a_n} + \sqrt{a})(\sqrt{a_n} - \sqrt{a})$ e poi utilizzare la definizione di limite in modo opportuno.

Esercizio 3. Calcolare i limiti $(a, c > 0)$:

a) $\lim_{n\to+\infty}\sqrt{n+1}-\sqrt{n}$ Sol: 0

b) $\lim_{n\to+\infty}\sqrt{2n}-\sqrt{n-1}$ Sol: ∞

c) $\lim_{n\to+\infty}\sqrt{n^2-n}-\sqrt{n^2+1}$ Sol: 1

d) $\lim_{n\to+\infty}\sqrt{a+b}-\sqrt{cn+d}$ Sol: $-\infty$

Esercizio 4. Calcolare i seguenti limiti:

a) $\lim_{n\to+\infty}\sqrt[2n]{n^5}$ Sol: 1

b) $\lim_{n\to+\infty}\sqrt[n]{n^{\log n}}$ Sol: 1

c) $\lim_{n\to+\infty} \frac{6n^2+2n}{3n^2+2\sqrt[3]{n^5}}$ Sol: 2

d) $\lim_{n\to+\infty} \left[\frac{6n^2+2n}{3n^2+2\sqrt[3]{n^5}}\right]$ Sol: 1

e) $\lim_{n\to+\infty} \frac{\log_4 3^{\log_5 7n}}{2n}$ Sol: 0

f) $\lim_{n\to+\infty} n \sin\frac{2}{n}\cos\frac{2}{n}$ Sol: 2

g) $\lim_{n\to+\infty} n^2(1-\cos\frac{1}{n})$ Sol: 1/2

h) $\lim_{n\to+\infty} \frac{n(1-\cos\frac{1}{n})}{\sin\frac{1}{n}}$ Sol: 1/2

i) $\lim_{n\to+\infty} \frac{n^2+1}{n+1}\sin\frac{1}{n}$ Sol: 1