Cognome e nome________________________________
Nickname ____

Am1 primo esonero
2 novembre 2005

Esercizio 1.
Calcolare gli eventuali punti di accumulazione del seguente insieme:
$$A = \left\{ x = \frac{n}{n+1},\ n \in \mathbf{N} \right\}$$
Dimostrare che il punto $x = \frac{10}{11}$ é isolato.
Giustificare le risposte.

Cognome e nome______________________________

Nickname ____

Am1 primo esonero

2 novembre 2005

Esercizio 2.

Calcolare estremo superiore ed inferiore del seguente insieme. Specificare se si tratta di massimo o minimo. Giustificare le risposte.

$$A = \{x = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3+n}},\ n \in \mathbf{N}\}$$

Cognome e nome________________________________

Nickname ____

Am1 primo esonero
2 novembre 2005

Esercizio 3.
Dimostrare per induzione che

$$\sqrt{(n+2)^{n+2}} \geq \sqrt{(n+2)!} \quad \forall n \in \mathbf{N}$$

Cognome e nome______________________________
Nickname ____

Am1 primo esonero
2 novembre 2005

Esercizio 4.
Dimostrare UNA delle due proposizioni:
i) Dimostrare che per ogni coppia di numeri $a, b \in \mathbb{R}$, esiste un numero razionale $q \in \mathbf{Q}$ tale che $a < q < b$.
(Ovvero $\mathbf{Q}$ é denso in $\mathbb{R}$.)

ii) Sia $\mathbb{R}$ definito come campo ordinato in cui vale l'assioma di Dedekind. Sia $A \in \mathbb{R}$ un insieme superiormente limitato. Dimostrare che l'insieme dei maggioranti di A ammette minimo.
(Ovvero dimostrare l'esistenza dell'estremo superiore)