

Università degli Studi Roma Tre
Corso di Laurea in Matematica, a.a. 2010/2011
TN410 - Introduzione alla Teoria dei Numeri
Alfonso Pesiri
Esercitazione del 09/03/2011

Esercizio 1

Mostrare che l'equazione diofantea $aX + bY = c$ è risolubile se e solo se $(a, b) \mid c$, con $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Ricavare la formula per la soluzione generale dell'equazione data. Infine, trovare le soluzioni intere, se esistono, delle seguenti equazioni diofantee:

(a) $3X + 12Y = 132$;

(b) $5X + 22Y = 18$;

(c) $20X + 15Y = 945$.

Esercizio 2

Un cliente acquista mele ed arance per un totale di 12 frutti spendendo in totale 1,32 euro. Se le mele costano 3 centesimi in più delle arance e se il cliente compra più mele che arance, quante mele e quante arance ha comprato in totale?

Esercizio 3

Mostrare che l'equazione diofantea $aX + bY + cZ = d$ è risolubile se e solo se $(a, b, c) \mid d$, con $a, b, c, d \in \mathbb{Z}$. Ricavare la formula per la soluzione generale dell'equazione data. Infine, trovare le soluzioni intere, se esistono, delle seguenti equazioni diofantee:

(a) $6X - 4Y + 8Z = 12$;

(b) $2X + 3Y + 5Z = 100$;

(c) $15X + 12Y + 30Z = 24$.

Esercizio 4

Mostrare che la congruenza in due incognite $aX + bY \equiv c(n)$ è risolubile se e solo se $(a, b, n) \mid c$.