

**Università degli Studi di Roma Tre**  
**Corso di Studi in Matematica, A.A. 2008/2009**  
**TN1 - Introduzione alla Teoria dei Numeri**  
**5 marzo 2009**

1. In un teatro i biglietti costano 20 euro, ma è prevista una riduzione per gli studenti, che pagano invece 15 euro. Se a fine serata il botteghino ha incassato 945 euro, vendendo più biglietti ridotti che interi, quanti studenti hanno assistito allo spettacolo?
2. Si consideri il seguente sistema di congruenze lineari:

$$\begin{cases} \lambda x + 2y \equiv 2 \pmod{7} \\ x - 3y \equiv 4 \pmod{7} \end{cases} .$$

Trovare, al variare tra gli interi del parametro  $\lambda$  ( $0 \leq \lambda \leq 6$ ) le soluzioni di tale sistema.

3. Dire se le seguenti equazioni diofantee ammettono soluzioni e, in caso affermativo, determinarle:
  - $2x+3y+5z=100$
  - $x+7y-2z=3$
  - $21x+3y+6z=49$
  - $15x+12y+30z=24$
4. Si considerino i piani:

$$7x - 2y + 3z - 1 = 0 \quad x + y + z - 2 = 0.$$

Trovare i punti interi di tali piani, dire se la loro intersezione possiede ancora punti interi e, in caso affermativo, determinarli.