

Soluzione 1.3. Per semplicità supponiamo che $\text{Ord}(H \cap K) = 1$, i.e. $H \cap K = \{e\}$. Dobbiamo dimostrare che $|HK| = \text{Ord}(H)\text{Ord}(K)$.

Procediamo per assurdo. Supponiamo che esistano $h, h' \in H$ e $k, k' \in K$ distinti tali che $hk = h'k'$

$$hk = h'k' \tag{6}$$

$$h^{-1}h = k'k^{-1} \tag{7}$$

Dunque $h^{-1}h \in H \cap K$ e $k'k^{-1} \in H \cap K$ ne segue che $h = h'$ e

(b) Le classi laterali destre sono

$$\begin{aligned}H &= \{1, a^5\} = Ha^5 \\Ha &= \{a, a^6\} = Ha^6 \\Ha^2 &= \{a^2, a^7\} = Ha^7 \\Ha^3 &= \{a^3, a^8\} = Ha^8 \\Ha^4 &= \{a^4, a^9\} = Ha^9\end{aligned}$$

6. Sia $a \in G$, definiamo $C(a) = \{x \in G : xa = ax\}$. Dimostrare che $C(a)$ è un sottogruppo di G . $C(a)$ si chiama il centralizzatore di a in G .

(a) $H(U \cap K)$ è normale in $H(U \cap V)$

Consideriamo i due parallelogrammi che formano le ali della farfalla,

(a) 2

(b) 10

Supponiamo $\ker = K_4$ e $Im = I_3$

(h) 18

(i) 7

(j) 14

(k)

Soluzione 4.1. •

(c) $N(id,$

6 Numeri Complessi e radici dell'unità

1. Sia H il gruppo delle radici cubiche dell'unità, dimostrare che

$$\mathbb{C} / H = \mathbb{C} .$$

Soluzione 6.1. Consideriamo l'applicazione $f(z) = z^3$. Allora è facile verificare che