

Tutorato di TN1 - Teoria dei Numeri

a.a. 2006/2007

Gabriele Fusacchia e Valeria Pucci

20 Marzo 2007 - Tutorato IV

(1) Trovare le eventuali soluzioni dei seguenti sistemi di congruenze lineari:

$$(a) \begin{cases} 2X \equiv 3 \pmod{5} \\ 3X \equiv 4 \pmod{7} \\ 3X \equiv 1 \pmod{8} \\ 6X \equiv 1 \pmod{13} \end{cases}$$

$$(b) \begin{cases} 3X \equiv 15 \pmod{21} \\ 44X \equiv 20 \pmod{12} \\ 6X \equiv 21 \pmod{15} \end{cases}$$

(2) Applicare il Teorema di Wilson per dimostrare che, se $p \geq 5$ è un primo e $1 \leq k \leq p-2$, allora $((p-2)!/k)$ è un inverso aritmetico di $k \pmod{p}$.

(3) Mostrare che $91|(3^{91} - 3)$, pur essendo 91 un numero non primo.

(4) Trovare le eventuali soluzioni delle seguenti congruenze:

(a) $X^2 \equiv -1 \pmod{5}$

(b) $X^2 \equiv -1 \pmod{7}$

(c) $X^2 \equiv -1 \pmod{13}$

(5) Siano n e m due interi positivi distinti e relativamente primi. Provare che:

$$n^{\phi(m)} + m^{\phi(n)} \equiv 1 \pmod{nm}$$