

Tutorato di TN1 - Teoria dei Numeri

a.a. 2006/2007

Gabriele Fusacchia e Valeria Pucci

13 Marzo 2007 - Tutorato III

(1) Trovare tutte le eventuali soluzioni delle seguenti equazioni diofantee in due indeterminate:

(a) $21X + 9Y = 6$

(b) $56X + 72Y = 40$

(c) $91X + 52Y = 17$

(2) Trovare per quali valori del parametro λ le seguenti equazioni diofantee sono risolubili, e risolvere ciascuna di esse per il più piccolo valore positivo di λ :

(a) $(\lambda + 1)X + 3Y = 4$

(b) $5X + (3\lambda + 1)Y = 10$

(c) $12X + 48Y = (5\lambda + 1)$

(3) Trovare per quali valori di λ , compresi fra 0 e 5, il seguente sistema di congruenze ammette un'unica soluzione, e in ognuno di questi casi determinarla:

$$\begin{cases} 3X + 2\lambda Y \equiv 4 \pmod{6} \\ X - 2Y \equiv 1 \pmod{6} \end{cases}$$

(4) Trovare, al variare di λ fra 0 e 6, le soluzioni del seguente sistema:

$$\begin{cases} 3X - \lambda Y \equiv 6 \pmod{7} \\ X + 2Y \equiv 2 \pmod{7} \end{cases}$$

(6) Utilizzare il "Piccolo" Teorema di Fermat per dimostrare che se p è primo e $a, b \in \mathbb{Z}$, allora:

$$(a + b)^p \equiv a^p + b^p \pmod{p}$$