

**Università degli Studi di Roma Tre**  
**Corso di Studi in Matematica, A.A. 2009/2010**  
**TN1 - Introduzione alla Teoria dei Numeri**  
**23 aprile 2010**  
Martina Lanini

1. Si determinino tutte le radici primitive modulo 13 e modulo 19.
2. Si risolvano, quando possibile, le seguenti congruenze:
  - (a)  $x^9 \equiv 12 \pmod{13}$
  - (b)  $x^3 \equiv 11 \pmod{13}$
  - (c)  $3x^8 \equiv 15 \pmod{19}$
  - (d)  $x^{17} \equiv 2 \pmod{19}$
3. Si determinino i valori del parametro  $\lambda$  affinché la seguente equazione sia risolubile e se ne calcolino le corrispondenti soluzioni:

$$\lambda x^3 \equiv 2 \pmod{7}$$

4. (*Esonero 6 aprile 2009*). Sia  $p$  un numero primo dispari; sia  $a$  un numero intero primo con  $p$  tale che  $\text{ord}_p a = 3$ . Provare che:
  - (a)  $p$  non divide  $1 + a$ ;
  - (b)  $1 + a + a^2 \equiv 0 \pmod{p}$ ;
  - (c)  $\text{ord}_p(1 + a) = 6$ .