

Avvertenze. *Svolgere il tema in modo chiaro, conciso ed esauriente, utilizzando al massimo 3 facciate di un foglio protocollo.*

Svolgere l'esercizio utilizzando al massimo 2 facciate di un foglio protocollo.

Tema. Interrelazioni tra le nozioni di “valutazione”, “anello di valutazione” e “posto”. Composizione di anelli di valutazione. Dare esplicitamente un esempio di un anello di valutazione che non è un anello di valutazione discreta.

Esercizio. Sia $\mathbb{Q}[X]$ l'anello dei polinomi in una indeterminata X a coefficienti nel campo dei numeri razionali \mathbb{Q} .

(a) Siano fissati $\alpha \neq \beta \in \mathbb{Q}$. Descrivere lo spettro primo e lo spettro massimale di $\mathbb{Q}[X]_{(X-\alpha)} \cap \mathbb{Q}[X]_{(X-\beta)}$.

(b) Ricordare la definizione di dominio di Bézout e stabilire se l'anello

$$D := \mathbb{Q}[X]_{(X-\alpha)} \cap \mathbb{Q}[X]_{(X-\beta)}$$

è un dominio di Bézout.

(c) Ricordare la definizione di dominio di Dedekind e stabilire se l'anello D (introdotto in (b)) è un dominio di Dedekind.

(d) Determinare esplicitamente tutti i sopraanelli (di valutazione) di D .