

Indicazioni/soluzioni prova scritta di AM4 del 26/1/2005

Gli esercizi 1), 2), 4), 5), 8) sono parte della teoria svolta a lezione.

3) (i) Se x_0 è il centro di D e se $L = \sup_D |f(x) - f(x_0)|$, si può prendere $\rho = 2Lr$.

(ii) Segue dal fatto che il grafico di una funzione continua è un insieme di misura nulla.

6) $M = 2\sqrt{2\pi}$.

$$7) u(x, t) = e^{-\frac{t^2}{2}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-\xi^2 t + ix\xi}}{1 + i\xi} \frac{d\xi}{2\pi}.$$

8) Si definiscano le seguenti funzioni: $E(x)$ è la funzione C_0^∞ con supporto in $[0, 1]$ ove vale $e^{-\frac{1}{x(1-x)}}$; $S(x) := \int_{-\infty}^x E(t)dt / \int_0^1 E(t)dt$; $S_{h,\delta}(x) := hS(x/\delta)$; $\varphi_{h,\delta}(x) := S_{h,\delta}(x)S_{h,\delta}(1-x)$; $\psi_{h,\delta,a}(x) := \varphi_{h,\delta}(x-a)$. Allora si può prendere $\varphi = \varphi_{1,\delta} + \psi_{2,\delta,1}$ con $\delta = 1/60$.