

AM4 Analisi Matematica (4^o Modulo)

A.A. 2004/2005

Prof. L. Chierchia

Teoria dell'integrazione e analisi di Fourier

1. Teoria dell'integrazione

Richiami di teoria dell'integrazione secondo Riemann (insiemi elementari; funzioni semplici; integrale di Riemann; additività e positività dell'integrale; le funzioni integrabili secondo Riemann formano un'algebra).

Insiemi di misura nulla (definizioni equivalenti tramite cubi/rettangoli aperti/chiusi; immagine di insiemi di misura nulla tramite applicazioni lipschitziane; insiemi di misura nulla compatti).

L'insieme ternario di Cantor. La funzione di Cantor. La curva di Peano.

Il teorema di Vitali-Lebesgue (caratterizzazione delle funzioni integrabili secondo Riemann e degli insiemi misurabili secondo Peano-Jordan).

Dimostrazione del teorema del cambio di variabili in R^n .

Un insieme aperto in $(0, 1)$ non misurabile secondo Peano-Jordan.

Integrale di Riemann generalizzato (invasioni, definizione di integrale di Riemann generalizzato e di misura di Peano-Jordan generalizzata, proprietà, esempi e controesempi, lo spazio vettoriale delle funzioni $\mathcal{R}_p(E)$, disuguaglianze di Hölder e Minkowski, approssimazione in norma $\|\cdot\|_p$ di funzioni in $\mathcal{R}_p(E)$ tramite funzioni C_0^∞).

2. Analisi di Fourier

Serie di Fourier (coefficienti di Fourier di funzioni $\mathcal{R}_1(0, 2\pi)$; relazione tra decadimento dei coefficienti e regolarità della funzione; disuguaglianza di Bessel per funzioni $\mathcal{R}_2(0, 2\pi)$; il lemma di Riemann-Lebesgue; convergenza puntuale e lemma di Dini; calcolo della somma dei reciproci dei quadrati; uguaglianza di Parseval per funzioni C^1 periodiche e per funzioni $\mathcal{R}_2(0, 2\pi)$; convergenza in $\mathcal{R}_2(0, 2\pi)$ delle serie di Fourier).

Applicazioni alle equazioni differenziali, metodo della separazione delle variabili: equazioni ordinarie, esempi di equazioni alle derivate parziali su domini limitati (equazioni del calore, delle onde, di Laplace).

Trasformata di Fourier su R (definizione e proprietà della trasformata di Fourier di funzioni $\mathcal{R}_1(R)$; approssimazione discrete di integrali su R , il teorema di inversione per funzioni C_0^2 e generalizzazioni; relazione tra decadimento di \hat{f} e regolarità di f ; il lemma di Riemann-Lebesgue).

Applicazioni alle equazioni differenziali: esempi di equazioni alle derivate parziali su domini illimitati (equazioni del calore, delle onde, di Laplace).

TESTI CONSIGLIATI

- [1] CHERCHIA, L., *Lezioni di Analisi Matematica 2*. Aracne, (1997).
[2] RUDIN, W., *Principi di analisi matematica*. McGraw-Hill, (1991).

BIBLIOGRAFIA SUPPLEMENTARE

- [3] GIUSTI E., *Analisi Matematica 2*. Boringhieri, (1992).
[4] DEMIDOVICH B.P., *Esercizi e problemi di Analisi Matematica*. Editori Riuniti, (1993).

MODALITÀ D'ESAME

- valutazione in itinere (“esoneri”)		<input checked="" type="checkbox"/> SI	<input type="checkbox"/> NO
- esame finale	scritto	<input checked="" type="checkbox"/> SI	<input type="checkbox"/> NO
	orale	<input type="checkbox"/> SI	<input checked="" type="checkbox"/> NO
- altre prove di valutazione del profitto (meglio descritte sotto)		<input checked="" type="checkbox"/> SI	<input type="checkbox"/> NO

È prevista la possibilità di un colloquio integrativo.