

AM4 - Esercitazione 3

A.A.2003-2004

Prof. Luigi Chierchia, Dott. Laura Di Gregorio

9 ottobre 2003

Esercizio 1

Calcolare i seguenti integrali:

a) $\iint_{\mathcal{D}} \frac{x^2}{y^2} dx dy$ dove $\mathcal{D} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x \leq 2, \frac{1}{x} \leq y \leq x\}$

b) $\iint_{\mathcal{D}} y^3 e^x dx dy$ dove $\mathcal{D} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y \geq 0, x \leq 1, x \geq y^2\}$

c) $\iint_{\mathcal{D}} xy dx dy$ dove $\mathcal{D} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x + y \geq 1, x^2 + y^2 \leq 1\}$

Esercizio 2

Calcolare

$$\iiint_{\mathcal{D}} x dx dy dz$$

sull'ellissoide $\mathcal{D} = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} \leq 1 \right\}$ con $a, b, c > 0$.

Esercizio 3

Sia $a > 1$. Calcolare l'area della regione del piano delimitata dalle rette $y = ax$, $y = \frac{x}{a}$ e la parabola $y = a^2x^2$. Per quale valore di a tale area è massima?

Esercizio 4

Trovare il volume della regione interna al cilindro di equazione $x^2 + y^2 \leq 1$, compresa tra la superficie di equazione $z = x^2 + y^2 - 2$ ed il piano $x + y + z = 4$.