

## PAC - 24 MAGGIO 2007

**E 12.** Approssimazione normale (Teorema centrale del limite).

Siano  $Y_1, \dots, Y_N$  copie indipendenti di una variabile di Bernoulli di parametro  $p$ . Sia  $X_N$  la variabile

$$X_N = \frac{1}{\sqrt{p(1-p)N}} \sum_{i=1}^N (Y_i - p).$$

Si ricordi il limite di De Moivre – Laplace

$$\mathbb{P}[X_N \in (a, b)] \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_a^b e^{-\frac{z^2}{2}} dz, \quad N \rightarrow \infty \quad (0.1)$$

La (0.1) stabilisce che  $X_N$  è approssimata da una normale  $N(0, 1)$  per  $N$  grande. Considerando differenti valori di  $p$ , si effettui una verifica del risultato (0.1), graficando un istogramma delle frequenze per la variabile  $X_N$  (per  $N$  fissato) e confrontandolo con l'istogramma ottenuto nell'esercitazione precedente.

### Suggerimenti

**E 12.** Una volta generate le bernoulliane  $\{Y_i\}_{i=1}^N$  con  $N$  fissato (e.g.  $N = 10^3$ ) si calcola la variabile  $X_N$  come nel testo. Generiamo poi  $M$  (e.g.  $M = 10^3$ ) copie indipendenti della  $X_N$ , che chiameremo  $X_N^1, \dots, X_N^M$ . Questi valori possono essere utilizzati nel modo usuale per ottenere un istogramma delle frequenze. Per  $M$  e  $N$  grandi l'istogramma approssima quello ottenuto nell'esperienza E11.