

**E 4.** Distribuzione binomiale

Siano  $N \in \mathbb{N}$  e  $p \in [0, 1]$  due parametri e  $Z$  la v.a. con distribuzione binomiale definita dalle probabilità:

$$p_k = \mathbb{P}(Z = k) = \binom{N}{k} p^k (1-p)^{N-k}, \quad k = 0, 1, 2, \dots, N \quad (0.1)$$

Simulare  $Z$  utilizzando  $N$  prove di Bernoulli di parametro  $p$  (vedi esercitazione E2). Simulare  $n$  copie indipendenti  $Z_1, \dots, Z_n$  della variabile binomiale  $Z$  definita dalla (0.1). Verificare la bontà della simulazione graficando media e varianza empiriche  $m_n$  e  $v_n$ , al variare di  $n$ . Si effettui l'esperimento nei casi  $N = 10, 50, 500$  con  $p = 0.4$  e si osservi che

$$m_n \sim Np, \quad v_n \sim Np(1-p). \quad (0.2)$$

**E 5.** Distribuzione geometrica

Sia  $p \in [0, 1]$  un parametro e  $Z$  la v.a. definita da

$$p_k = \mathbb{P}(Z = k) = p(1-p)^{k-1}, \quad k = 1, 2, \dots \quad (0.3)$$

Simulare  $Z$  come istante di primo successo in uno schema di Bernoulli (di lunghezza indefinita). Simulare quindi  $n$  copie indipendenti  $Z_1, \dots, Z_n$  e ripetere le usuali verifiche per medie e varianze empiriche nei casi  $p = 0.01$  e  $p = 0.5$ . Osservare che

$$m_n \sim \frac{1}{p} \quad v_n \sim \frac{1-p}{p^2}. \quad (0.4)$$

Discutere la stabilità delle misure.