Università degli Studi di Roma TreCorso di laurea in Matematica
Tutorato di ST1 - A.A. 2007/2008
Docente: Prof.ssa E.Scoppola - Tutrice: Dott.ssa Katia Colaneri

Tutorato n.1 del 29/02/2008

Esercizio 1

Supponiamo di lanciare una moneta e sia p la probabilitá che esca testa.
La moneta viene lanciata finché non esce la prima testa.
Sia X il numero di lanci.
Calcolare:

1. $P(X > n)$
2. la funzione di distribuzione di X

Esercizio 2

Sia X una variabile aleatoria con funzione di distribuzione

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x < 0 \\ \frac{1}{2}x & \text{se } 0 \leq x \leq 2 \\ 1 & \text{se } x > 2 \end{cases}$$

Sia $Y = X^2$.
Calcolare:

1. $P(\frac{1}{2} \leq X \leq \frac{3}{2})$
2. $P(Y \leq X)$
3. $P(X + Y \leq \frac{3}{4})$
4. la funzione di distribuzione di $Z = \sqrt{X}$

Esercizio 3

Siano X e Y variabili aleatorie di Poisson di parametri rispettivamente μ e λ indipendenti.
Mostrare che $Z = X + Y$ è una Poissoniana di parametro $\lambda + \mu$

Esercizio 4

Per quali valori del parametro C le seguenti funzioni sono funzioni di distribuzione:

1. $f(x) = C(x(1-x))^{-\frac{1}{2}}$ con $0 \leq x \leq 1$

2. $f(x) = Ce^{-x-e^{-x}}$ per $x \in \mathbb{R}$

Esercizio 5

Siano $X, Y \sim \text{Unif}[0,1]$.
Sia $U = min\{X,Y\}$ e $V = max\{X,Y\}$.
Calcolare $\mathbb{E}(U)$ e $Cov(U,V)$

Esercizio 6

Se X e Y hanno distribuzione congiunta data da

$$f_{X,Y}(x,y) = 2\mathbb{I}_{(0,y)}(x)\mathbb{I}_{(0,1)}(y)$$

Calcolare

1. $Cov(X,Y)$
2. la distribuzione condizionata di Y dato $X = x$

Esercizio 7 (Esonero 6/4/2006)

Siano X e Y variabili casuali con denità congiunta

$$f_{X,Y}(x,y) = e^{-y}(1-e^{-x})\mathbb{I}_{(0,x)}(x)\mathbb{I}_{[0,\infty)}(y) + e^{-x}(1-e^{-y})\mathbb{I}_{(0,x)}(y)\mathbb{I}_{[0,\infty)}(x)$$

Calcolare:

1. le marginali
2. $\mathbb{E}(X)$ e $\mathbb{E}(Y)$
3. $Var(X)$ e $Var(Y)$
4. il coefficiente di correlazione $\rho(X,Y)$