Universitá degli Studi Roma Tre - Corso di Laurea in Matematica

Tutorato di AM210

A.A. 2013-2014 - Docente: Prof. G.Mancini

Tutore: Andrea Nardi

Tutorato 4 - 12 Novembre 2013

1. Determinare i punti stazionari delle seguenti funzioni definite su tutto $\mathbb{R}^2$ e stabilire quali di essi sono di massimo e quali di minimo locale:

   (a) $f(x,y) = (y - x^2)(x^2 - y^2)^2$

   (b) $g(x,y) = x^2y^2 + x^3 - x$

   (c) $h(x,y) = 2x^2 + 2y^2 + 2 - x^4 - y^4$

   (d) $w(x,y) = e^{3x^2+xy-2y^2}$

2. Determinare lo sviluppo di Taylor al secondo ordine delle seguenti funzioni nei punti indicati:

   (a) $G(x,y) = e^{x^2-y}$ in $(0,0)$

   (b) $a(x,y) = \arctan(x+y)$ in $(0,0)$

   (c) $u(x,y) = e^{-\tan(x+y)}$ in $(0,0)$

   (d) $s(x,y) = \log(3x^2 + y)$ in $(0,1)$

   (e) $\tilde{s}(x,y) = \cosh(x + y^2)$ in $(0,0)$

3. Sia $f(t) = \displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{e^{-tx} - e^{-x}}{x} dx$.

   (a) Determinare l'insieme di definizione di $f(t)$;

   (b) Provare che $f(t)$ é di classe $\mathcal{C}^1$ e calcolarne la derivata;

   (c) Trovare un'espressione per $f(t)$ in cui non compaiono integrali.

4. Sia $g(x) = \displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{\log(x^2t^2 + 1)}{t^2 + 1} dt$.

   (a) Provare che $g(x)$ é definita $\forall x \in \mathbb{R}$;

   (b) Stabilire per quali $x \in \mathbb{R}$ $g(x)$ é continua.

5. Sia $h(x) = \displaystyle\int_0^1 \frac{1 - e^{-t^2x}}{t} dt$.

   (a) Trovare il dominio di $h(x)$;

   (b) Provare che $h(x)$ é continua sul suo dominio di definzione.

6. Calcolare:

   (a) $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \int_{-1}^{1} \frac{e^{-\frac{x^2}{n}}}{1 + x^2} dx$

   (b) $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{nx^2e^{-nx^2}}{1 + nx^2} dx$