

Tutorato di AM220

A.A. 2012-2013 - Docente: Prof. U.Bessi

Tutori: Emanuele Padulano e Francesco Mazzarani

Tutorato 8 - 13 Maggio 2013

1. Usando il teorema di Stokes si dimostri che, se γ è una curva semplice e chiusa, l'area all'interno di γ è data da:

$$A = \int_{\gamma} x \, dy.$$

Usando questo fatto si calcoli:

- (a) L'area all'interno della **Cardioide** $\rho : S^1 \rightarrow [0, +\infty)$ tale che $\rho(\theta) = r(1 + \cos \theta)$;
 - (b) L'area delle **Tre foglie della rosa** $\rho : S^1 \rightarrow [0, +\infty)$ tale che $\rho(\theta) = \sin(3\theta)$;
 - (c) L'area all'interno della **Camminata di Bernoulli** $\rho : (-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}) \rightarrow [0, +\infty)$ tale che $\rho(\theta) = r\sqrt{\cos(2\theta)}$.
2. Calcolare l'area della regione di piano delimitata dalla retta $y = x$ e dalla curva $\phi : [1, e] \rightarrow [1, 1 + e^3]$ tale che $\phi(t) = \begin{pmatrix} t^3 + \log t \\ t^3 + \log^3 t \end{pmatrix}$.
 3. Calcolare l'integrale doppio:

$$\iint_C (5x - 6y) \, dx \, dy$$

dove C è l'insieme delimitato dall'asse x e dall'arco di cicloide

$$\phi : [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}^2 \text{ tale che } \phi(t) = \begin{pmatrix} t - \sin t \\ \frac{1 - \cos t}{5} \end{pmatrix}.$$

4. Calcolare l'area all'interno della **Deltoide** $\gamma : [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}^2$ tale che $\gamma(t) = \begin{pmatrix} 2a \cos t + a \cos(2t) \\ 2a \sin t - a \sin(2t) \end{pmatrix}$, $a > 0$.
5. Calcolare l'area della regione di piano delimitata dall'asse x e dall'arco di **Cicloide** $\gamma : [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}^2$ tale che $\gamma(t) = \begin{pmatrix} a(t - \sin t) \\ a(1 - \cos t) \end{pmatrix}$, $a > 0$.