

Università degli Studi Roma Tre a.a 2012/2013

AM 210 - Analisi Matematica 3

Tutorato 7 del 30 Novembre 2012

Tutori: Andrea Gullotto e Emanuele Padulano

**Esercizio 1.** Determinare i punti stazionari delle seguenti funzioni e stabilire quali di essi sono di massimo e quali di minimo locale:

1.  $f_1(x, y) = x^2y + x^2y^2 - 2xy - 2y^2x$
2.  $f_2(x, y) = \frac{x^2 + 8y - xy^2}{xy}$
3.  $f_3(x, y) = e^{3x^2 + xy - 2y^2}$
4.  $f_4(x, y) = x^2ye^{-(x^2 + y^2)}$

**Esercizio 2.** Sia

$$f(x) := \int_0^\infty \frac{\arctan(xt)}{t^3 + t} dt$$

1. Provare che  $f \in C^1(\mathbb{R})$ .
2. Calcolare esplicitamente  $f'(x)$ .
3. Trovare un'espressione esplicita per  $f$ .

**Esercizio 3.** Mediante lo sviluppo in serie di Fourier di

$$f(x) := \begin{cases} -1 & \text{se } x \in (-\pi, 0) \\ 0 & \text{se } x = 0, x = -\pi \\ 1 & \text{se } x \in (0, \pi) \end{cases}$$

(prolungata con periodicità ad  $\mathbb{R}$ ) determinare il valore di

$$\sum_{k \geq 0} \frac{(-1)^k}{2k + 1}$$

**Esercizio 4.** Sia  $f(x) = \cos(\frac{x}{2})$ ,  $x \in [0, 2\pi)$ , prolungata con periodicità ad  $\mathbb{R}$ . Mediante il suo sviluppo in serie di Fourier determinare il valore di

$$\sum_{n \geq 1} \frac{n^2}{(4n^2 - 1)^2}$$

**Esercizio 5.** Utilizzare lo sviluppo in serie di Fourier di  $f(x) = x^2$ ,  $x \in [-\pi, \pi]$ , prolungata con periodicità ad  $\mathbb{R}$ , per calcolare

$$\sum_{n \geq 1} \frac{1}{n^4}$$