Universitá degli Studi Roma Tre - Corso di Laurea in Matematica

Tutorato di AM120

A.A. 2012-2013 - Docente: Prof. G.Mancini

Tutori: Emanuele Padulano e Francesco Mazzarani

Tutorato 8 - 29 Aprile 2013

1. Studiare la convergenza puntuale ed uniforme delle seguenti successioni di funzioni:

   (a) $f_n(x) = \frac{1}{nx^2+1}$

   (b) $f_n(x) = \frac{1}{n}\chi_{[n,n+\frac{1}{n}]}$

   (c) $f_n(x) = \frac{x}{x^2+n^2}$

   (d) $f_n(x) = \begin{cases} \frac{\sin(nx)}{nx} & x \neq 0 \\ 1 & x = 0 \end{cases}$

   (e) $f_n(x) = (\cos x)^n$

   (f) $f_n(x) = \frac{\sin(n^2x^2)}{n^2x^2+1}$

   (g) $f_n(x) = \frac{nx}{n^2x^2+1}$

   (h) $f_n(x) = \frac{\sqrt{(n+1)x}-\sqrt{nx}}{2}$, $x \in [0,2]$

2. Studiare la convergenza puntuale, uniforme e totale delle seguenti serie di funzioni:

   (a) $\sum_{n=1}^{+\infty}(-1)^n n^x x^n$

   (b) $\sum_{n=1}^{+\infty} ne^{-n(x^2+x+1)}$

   (c) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\cos(nx)}{n(n+1)}$

   (d) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{1+(3x)^n}$

   (e) $\sum_{n=2}^{+\infty} \left(\frac{x^2-1}{x^2+1}\right)^{\log n}$

   (f) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\log(1+nx)}{nx^n}$, $x \geq a > 1$

3. Ripasso dei Numeri Complessi

- Calcolare tutte le determinazioni dei seguenti numeri complessi:

  1. $\text{Log}(\sqrt{2}+i\sqrt{2})$
  2. $\text{Log}\left(\frac{1-i}{1+i}\right)$
  3. $\text{Log}\left(\frac{1}{2i}\right)$
  4. $\text{Log}\ (3-4i)$

- Scrivere in forma polare i seguenti numeri complessi:

  1. $1+i$
  2. $\frac{1}{3+3i}$
  3. $\frac{4i}{\sqrt{3}+i}$
  4. $\frac{2}{\sqrt{3}-i}+\frac{1}{i}$

- Determinare gli $z \in \mathbb{C}$ tali che:

  1. $\begin{cases} Re(\bar{z}(z+i)) \leq 2 \\ Im(z) \geq 0 \end{cases}$
  2. $\begin{cases} z^6+7z^3-8=0 \\ Re(z)=1 \end{cases}$