

Tutorato di AM120

A.A. 2012-2013 - Docente: Prof. G.Mancini

Tutori: Emanuele Padulano e Francesco Mazzarani

Tutorato 5 - 18 Marzo 2013

1. Calcolare i seguenti limiti utilizzando gli sviluppi di Taylor:

$$\begin{array}{ll} \text{(a)} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^{\frac{1}{x}} - e}{x} & \text{(d)} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(2 + \cos(3x) - 3 \cosh x)^4}{\log(1+x^2)} \\ \text{(b)} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \left(\frac{1}{\sin x} - \frac{1}{x} \right) & \text{(e)} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[5]{1-5x^2+x^4} - 1 + x^2}{x^4} \\ \text{(c)} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - x \arcsin x}{\sqrt{1+x^4} - \cos(x^2)} & \text{(f)} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(x^4) - 1}{\sqrt{1+x^8} - \sqrt[3]{1+x^8}} \end{array}$$

2. Tracciare il grafico delle seguenti funzioni:

$$\begin{array}{ll} \text{(a)} e^{-x} - e^{-3x} & \text{(d)} \sqrt[3]{|(x-1)^3(2-x)|} \\ \text{(b)} \frac{x^2}{1-3x-|x|} & \text{(e)} |x|^x \\ \text{(c)} \frac{x^2}{\ln|x|-1} & \text{(f)} \sqrt[3]{(|x|-1)(|x|-2)^2} \end{array}$$

3. Calcolare lo sviluppo di Taylor (con resto di Peano) delle seguenti funzioni nel punto x_0 e all'ordine n indicato:

- $T(x) = 2^x$, $x_0 = 2$, $n = 3$.
- $A(x) = \log(2-x)$, $x_0 = 1$, $n = 3$.
- $Y(x) = \sin x$, $x_0 = \frac{\pi}{3}$, $n = 2$.
- $L(x) = \log(5-2x) + (2x^2 - 8x + 9)^{\frac{1}{x-2}} - 1$, $x_0 = 2$, $n = 3$.
- $O(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$, $x_0 = 4$, $n = 4$.
- $R(x) = \frac{1}{\tan^2(2x)}$, $x_0 = \frac{\pi}{12}$, $n = 3$.

4. Risolvere i seguenti problemi di massimo o minimo:

- É data una semicirconferenza di diametro $AB = 2r$; si determini su essa un punto C tale che, condotta la perpendicolare CD ad AB , risulti minima la differenza $CD - DB$.
- Fra le piramidi rette a base quadrata aventi la stessa superficie laterale S_L , si determini quella di volume massimo.

5. Determinare il raggio di convergenza, l'insieme di convergenza puntuale e l'insieme di convergenza uniforme delle seguenti serie di potenze:

(a) $\sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt[n]{n} - 1)^n x^n$	(f) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$	(k) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n+2} \frac{x^{3n}}{3^n}$
(b) $\sum_{n=1}^{\infty} x^{n!}$	(g) $\sum_{n=1}^{\infty} n! x^n$	(l) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^a}, a \in \mathbb{R}^+$
(c) $\sum_{n=1}^{\infty} n^{\sqrt{n}} x^n$	(h) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{\log(n+1)}$	(m) $\sum_{n=1}^{\infty} [\log(\log(3n))] x^n$
(d) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{n + \sqrt{n}}{2n^2 - 2} x^n$	(i) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^2}$	(n) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{\sqrt{n}} + \frac{(-1)^n}{n} \right) x^n$
(e) $\sum_{n=1}^{\infty} (2^n + 3^n) x^n$	(j) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{2^n(n^2 + 2)}$	(o) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{a^{-\sqrt{n}}}, a > 0$

6. Calcolare la somma delle seguenti serie di potenze:

• $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n+1}}{(2n)!}$	• $\sum_{n=1}^{\infty} nx^{2n+1}$	• $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{2^{2n+1} (2n+1)!}$
--	-----------------------------------	--