

Appello B di AM110 - 6/2/2013

Docente: Prof. Pierpaolo Esposito

Tema 1 [5 punti] Dare la definizione di massimo/minimo limite e fornirne una caratterizzazione. Quali relazioni ci sono tra massimo/minimo limite e l'eventuale limite di una successione?

Tema 2 [5 punti] Discutere l'uniforme continuità di funzione continue su insiemi compatti.

Tema 3 [5 punti] Provare il criterio della radice per serie a termini positivi.

Esercizio 1 [3 punti] Discutere l'uniforme continuità o meno della funzione $\frac{x e^x}{|x|}$ su $[-1, 0)$.

Esercizio 2 [3 punti] Discutere la convergenza della seguente serie

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x+n}{1+n^3 x^2}, \quad x \in \mathbb{R}.$$

Esercizio 3 [3 punti] Determinare il limite della seguente successione a_n definita per ricorrenza come:

$$a_{n+1} = \frac{1}{2} \left(a_n + \frac{3}{a_n} \right), \quad a_0 > \sqrt{3}.$$

Esercizio 4 [6 punti] Calcolare i seguenti limiti:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2\sqrt{(\log n)^2 + \log n^2}}{n^2 + 1}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(\pi \cos x)}{x \sin x}.$$