

Università degli Studi Roma Tre - Corso di Laurea in Matematica

Tutorato di Analisi 2

A.A. 2009-2010 - Docente: Prof. G. Mancini

Tutori: Gabriele Mancini, Luca Battaglia e Vincenzo Morinelli

TUTORATO NUMERO 6 (30 OTTOBRE 2009)

SERIE DI POTENZE, RIPASSO

I testi e le soluzioni dei tutorati sono disponibili al seguente indirizzo:
<http://www.lifedreamers.it/liuck>

1. Determinare il raggio di convergenza delle seguenti di potenze e discuterne il comportamento sul bordo dell'intervallo di convergenza:

(a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^n}{n} x^n$

(g) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n}}{2^n(n+2)}$

(b) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{n^{10}}$

(h) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{3^n + 4^n}$

(c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^n}{n!} x^n$

(i) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n} x^n$

(d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{\pi^n} x^n$

(j) $\sum_{n=1}^{\infty} (\cos(e^{-n}) - 1) x^n$

(e) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{\cos n}{n}\right)^n x^n$

(k) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^{4 \log n}}{x^n}$

(f) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\sin\left(\frac{n\pi}{2}\right)\right)^n x^n$

(l) $\sum_{n=1}^{\infty} x^n \int_{\sqrt{n-1}}^{\sqrt{n}} e^{-t^2} dt$

2. Sia $f(x, y) = \frac{\sin(x^2 y^3)}{x^2 + y^6}$. Calcolare, se esistono, $\lim_{x^2+y^2 \rightarrow 0} f(x, y)$ e $\lim_{x^2+y^2 \rightarrow \infty} f(x, y)$.

3. Discutere la continuità, la differenziabilità e l'esistenza di derivate parziali

e direzionali della funzione $f(x, y, z) = \begin{cases} \frac{x^2 y^{\frac{6}{7}} z}{x^4 + y^4 + z^2} & \text{se } (x, y, z) \neq (0, 0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y, z) = (0, 0, 0) \end{cases}$.

4. Determinare i punti stazionari della funzione $f(x, y) = (x^2 - y^2)^2 (y - x^2)$, specificando quali di essi sono di massimo e quali di minimo locale.

5. Discutere la convergenza puntuale e uniforme della successioni di funzioni

$$f_n(x) = \frac{nx}{1 + n^2 x^2}.$$