

Università degli Studi Roma Tre - Corso di Laurea in Matematica

# Tutorato di Analisi 2

A.A. 2009-2010 - Docente: Prof. G. Mancini

Tutori: Gabriele Mancini, Luca Battaglia e Vincenzo Morinelli

TUTORATO NUMERO 5 (23 OTTOBRE 2009)

MASSIMI E MINIMI, FORMULA DI TAYLOR, INTEGRALI CON PARAMETRO

I testi e le soluzioni dei tutorati sono disponibili al seguente indirizzo:

<http://www.lifedreamers.it/liuck>

1. Determinare i punti stazionari delle seguenti funzioni e stabilire quali di essi sono di massimo e quali di minimo locale:

(a)  $f(x, y) = x^4 + y^4 - 2x^2 - 2y^2 - 2x^2y^2$

(b)  $f(x, y) = (x + y)^2(y - 2)$

(c)  $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 - x^2y^2$

(d)  $f(x, y) = \int_0^1 e^{(x^2+y^2)t^2} dt$

2. Determinare il massimo e il minimo valore della funzione  $f(x, y) = (x^2 - 1)^2 - y^2$  sull'insieme  $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 - 1 \leq y \leq 1 - x^2\}$ .

3. Determinare lo sviluppo di Taylor al secondo ordine nell'origine delle seguenti funzioni:

(a)  $f(x, y) = e^{x^2-y}$

(b)  $f(x, y) = \arctan(x + y)$

4. Calcolare la derivata delle seguenti funzioni:

(a)  $f(t) = \int_{t^2}^{t^4} \sin(x^2) dx$

(b)  $f(t) = \int_t^{t^3} e^{-x^2t^2} dx$

5. Sia  $f(t) = \int_0^{+\infty} \frac{e^{-tx} - e^{-x}}{x} dx$ :

(a) Determinare l'insieme di definizione di  $f$ .

(b) Provare che  $f$  è di classe  $C^1$  e calcolarne la derivata.

(c) Trovare un'altra espressione per  $f$  in cui non compaiono integrali.