

Università degli Studi Roma Tre - Corso di Laurea in Matematica

Tutorato di Analisi 2

A.A. 2009-2010 - Docente: Prof. G. Mancini

Tutori: Gabriele Mancini, Luca Battaglia e Vincenzo Morinelli

TUTORATO NUMERO 11 (11 DICEMBRE 2009)

EQUAZIONI DIFFERENZIALI, RIPASSO

I testi e le soluzioni dei tutorati sono disponibili al seguente indirizzo:

<http://www.lifedreamers.it/liuck>

1. Risolvere i seguenti problemi di Cauchy:

$$(a) \begin{cases} \dot{x} = e^{x+t} \\ x(0) = 0 \end{cases}$$

$$(c) \begin{cases} \dot{x} = \frac{x}{t} + t \log t \\ x(1) = -1 \end{cases}$$

$$(b) \begin{cases} \dot{x} = e^{x^3+t^2} \arctan x \\ x(0) = 0 \end{cases}$$

$$(d) \begin{cases} \dot{x} = \sin x \cos x \sin^2 t \cos t \\ x(0) = \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

2. Risolvere le seguenti equazioni differenziali:

$$(a) \begin{cases} \ddot{x} - \dot{x} - 6x = 0 \\ \dot{x}(0) = 1 \\ x(0) = 2 \end{cases}$$

$$(c) \begin{cases} \ddot{x} - 3\ddot{x} + 3\dot{x} - x = 0 \\ \ddot{x}(0) = 2 \\ \dot{x}(0) = 1 \\ x(0) = 2 \end{cases}$$

$$(b) \begin{cases} \ddot{x} - 6\dot{x} + 10x = 0 \\ \dot{x}(0) = -1 \\ x(0) = 1 \end{cases}$$

$$(d) \begin{cases} \ddot{x} + 8x = 0 \\ \ddot{x}(0) = 2\sqrt{3} \\ \dot{x}(0) = \sqrt{3} \\ x(0) = 3 \end{cases}$$

3. Determinare tutte le soluzioni dell'equazione differenziale $\ddot{x} - x = 0$ tali che $x(0) = 0 = \lim_{t \rightarrow +\infty} x(t)$.

4. Dire per quali $\alpha \in \mathbb{R}$ il problema $\begin{cases} \ddot{x} + \alpha x = 0 \\ x(0) = 0 \\ x(1) = 0 \end{cases}$ ammette soluzioni non banali, e per tali α determinare queste soluzioni.

5. Risolvere il problema di Cauchy $\begin{cases} \dot{x} = y(x+y)^n \\ \dot{y} = x(x+y)^n \\ x(0) = 1 \\ y(0) = 0 \end{cases}$

(Suggerimento: si consideri il cambio di variabile $\begin{cases} w = x + y \\ z = x - y \end{cases}$)

6. Calcolare:

$$(a) \int_0^{+\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{e^{-nx}}{n+1} dx$$

$$(b) \int_0^{+\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{e^{-nx} \sin(nx)}{n+1} dx$$