

## Appello X di AM120 - 7/9/2010

**Tema 1** [5 punti] Enunciare e dimostrare il Teorema della media integrale ed il Teorema fondamentale del calcolo.

**Tema 2** [5 punti] Dimostrare la validità del primo Teorema di de l'Hôpital.

**Tema 3** [5 punti] Definendo il concetto di convergenza uniforme, mostrare sotto quali ipotesi l'integrale della somma di una serie di funzioni risulta coincidere con la somma della serie degli integrali.

**Esercizio 1** [3 punti] Tracciare il grafico della funzione  $f(x) = x^2(\ln x - 1)$  determinando anche le regioni di convessità.

**Esercizio 2** [3 punti] Se esiste finito, calcolare il valore di

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x^4 (\sin x^2 - \sin^2 x)}{1 - \cos x^4}.$$

**Esercizio 3** [3 punti] Calcolare il seguente integrale indefinito

$$\int \frac{\cos x}{4 \sin x - 3 \cos x} dx.$$

**Esercizio 4** [3 punti] Determinare l'integrabilità o meno di  $\sin x \arcsin \frac{1}{x}$  in  $(1, +\infty)$ .

**Esercizio 5** [6 punti]

a) Data la funzione  $u_n(x) = \frac{|x|^n}{n}(x+1)^2$ , calcolare  $\max_{[-1, 1-\delta]} u_n$  e  $\max_{[-1, 1]} u_n$  per  $\delta \in (0, 1)$  e  $n$  grande.

b) Determinare l'insieme di convergenza puntuale, uniforme e totale di  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}(x+1)^2$ .