

Am1c – Tutorato V

Studio di funzioni

Mercoledì 25 Marzo 2009

Filippo Cavallari

Esercizio 1 Studiare il grafico delle seguenti funzioni:

$$(1) f(x) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{5}{2}x^2 + \frac{9}{4}$$

$$(2) f(x) = \frac{1}{4}x^5 - \frac{7}{4}x^4 + 3x^3$$

$$(3) f(x) = \frac{(3-x^2)^2}{4-2x^2}$$

$$(4) f(x) = \sqrt[3]{2x^2 - x^3}$$

$$(5) f(x) = \frac{x}{\sqrt[3]{x^2 - 1}}$$

$$(6) f(x) = \sqrt{\frac{x^3}{x+3}}$$

$$(7) f(x) = 2\sin x + \cos 2x$$

$$(8) f(x) = \frac{1 + \sin x}{1 - \sin x}$$

$$(9) f(x) = \frac{\cos x}{1 + 2\cos^2 x}$$

$$(10) f(x) = \frac{x}{x-1} e^{-x}$$

$$(11) f(x) = e^{\frac{x}{x^2-1}}$$

$$(12) f(x) = \frac{\ln x}{x}$$

$$(13) f(x) = \frac{2|x| - x^2 - x}{x+1}$$

Esercizio 2 Dimostrare le seguenti disuguaglianze:

$$(1) x - \frac{x^3}{6} < \sin x < x \quad \forall x > 0$$

$$(2) \cos x > 1 - \frac{x^2}{2} \quad \forall x \neq 0$$

Esercizio 3 Dimostrare che se $x, y \geq 0$ $p, q > 1$ $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1$ allora $xy \leq \frac{x^p}{p} + \frac{y^q}{q}$

(Suggerimento: considerare la funzione $f(x) = xy - \frac{x^p}{p} \dots$)

Esercizio 4 Dimostrare che se $x, y \geq 0$ e $p > 1$ allora $x^p + y^p \leq (x+y)^p \leq 2^{p-1}(x^p + y^p)$

(Suggerimento: posto $t = \frac{x}{y} \dots$)

Esercizio 5 Fra i coni circoscritti ad una sfera di raggio r determinare quello di volume V minimo

Esercizio 6 Fra tutti i rettangoli di data area trovare quello di diagonale minima