

## Esercitazione di AC-01 N 9 - 10

Esercitatore: Maristella Petralla

### Ricapitolazione

1. Calcolare il numero degli zeri della funzione  $z^3 + \sin z$  in  $B_2(0)$ . Per quali valori di  $k$  la funzione  $z^k + \sin z$  ammette  $k$  zeri in  $B_R(0)$ ? ( $k > \frac{R}{\log R}$ )

*Suggerimento:* Osservare che

$$|\sin z| = \left| \sum_{k=0}^{+\infty} (-1)^k \frac{z^{2k+1}}{(2k+1)!} \right| \leq \sum_{k=0}^{+\infty} \frac{|z|^{2k+1}}{(2k+1)!} \leq \sum_{k=0}^{+\infty} \frac{|z|^k}{k!} = e^{|z|}.$$

2. Mostrare che

(a)

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^2}{1+x^4} dx = \frac{\pi}{\sqrt{2}};$$

(b)

$$\int_0^{+\infty} \frac{\sin x}{x} dx = \frac{\pi}{2}.$$

3. Sviluppare in Serie di Laurent

$$f(z) = \frac{1}{z(z-1)(z-2)}$$

- in  $0 < |z| < 1$ ;
- in  $1 < |z| < 2$ ;
- in  $2 < |z| < +\infty$ .