

II Esonero di AC1 - 28/5/2009

1) [10 punti] Calcolare con il metodo dei residui il valore di

$$\int_{\mathbb{R}} \frac{x^2}{1+x^8} dx.$$

2) [10 punti] Sia $f(z) = \frac{z}{z-1} + \frac{1}{(2-z)^2}$.

a) Determinare lo sviluppo in serie di Laurent di $f(z)$ per $1 < |z| < 2$;

b) Verificare che la funzione

$$g(z) := f(z) - \sum_{n=-\infty}^{-1} z^n$$

è olomorfa in $B_2(0)$;

c) Calcolare esplicitamente il valore di

$$\int_0^1 \rho d\rho \int_0^{2\pi} |g(\rho e^{i\theta})|^2 d\theta.$$

3) [10 punti] Sia $f(z) = z^4 + 3z^3 + 3z^2 - 7z + 1$. Determinare il numero di zeri (contati con molteplicità) della funzione f in $A := B_4(0) \setminus B_{\frac{1}{2}}(0)$.