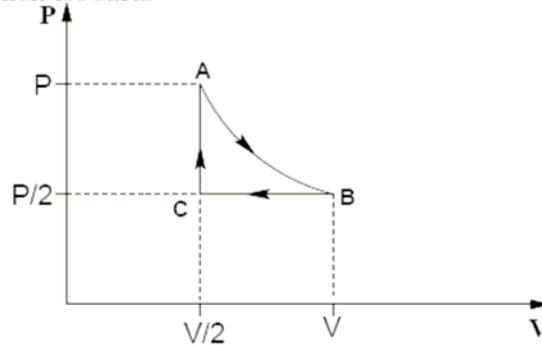


2. Quattro moli di gas perfetto monoatomico eseguono un ciclo, composto da un'espansione isoterma, una compressione isobara ed una trasformazione isocora. Sapendo che la temperatura dell'isoterma è 320 K e che durante l'isobara il volume dimezza, calcolare :

- il lavoro del ciclo;
- il calore scambiato nell'isoterma;
- il calore scambiato nell'isobara.



Il ciclo eseguito dal gas è riportato in figura. Indicando con P la pressione del gas nel punto A e con V il volume nel punto B, si hanno le seguenti relazioni:

$$P_A = P, V_A = V/2; \quad P_B = P_x, V_B = V, \quad P_C = P_B, V_C = V/2.$$

Per ricavare il valore della pressione P_x nel punto B ricordiamo che i punti A e B sono connessi da un'isoterma e quindi hanno la stessa temperatura.

$$P_A \cdot V_A = P_B \cdot V_B \Rightarrow P \cdot V/2 = P_x \cdot V \Rightarrow P_x = P/2$$

Ricaviamo ora la temperatura del punto C:

$$P_A \cdot V_A = nR \cdot T_A \Rightarrow P \cdot V/2 = nRT \quad (\text{Nel punto A})$$

$$P_C \cdot V_C = nR \cdot T_C \Rightarrow P/2 \cdot V/2 = nRT_C \quad (\text{Nel punto C})$$

quindi risulta che $T_C = T/2 = 320/2 = 160 \text{ K}$.

- Calcoliamo ora il lavoro fatto nell'isoterma:

$$L_{AB} = \int_{V_A}^{V_B} p \cdot dV = nRT \log \frac{V_B}{V_A} = 4 \cdot 8.314 \cdot 320 \log 2 = 7376 \text{ J}$$

Il lavoro fatto nella compressione isobara vale:

$$L_{BC} = P \cdot \Delta V = n \cdot R \cdot \Delta T = n \cdot R \cdot (T_C - T_B) = 4 \cdot 8.314 \cdot (160 - 320) = -5321 \text{ J}$$

Il lavoro fatto nell'isocora è nullo, quindi il lavoro totale è:

$$L_{tot} = L_{AB} + L_{BC} = 7376 - 5321 = 2055 \text{ J}$$

- Dato che nell'isoterma si ha $\Delta U = 0$, si ha:

$$Q_{AB} = L_{AB} = 7376 \text{ J}$$

- Il calore scambiato nell'isobara vale (ricordando che il gas è monoatomico):

$$Q_{BC} = n \cdot C_P \cdot \Delta T = n \cdot \frac{5}{2} R \cdot (T_C - T_B) = 4 \cdot \frac{5}{2} \cdot 8.314 \cdot (160 - 320) = -13302 \text{ J}$$

2. Un cilindro, posto in posizione verticale su un banco di un laboratorio, è chiuso all'estremità superiore da un pistone, libero di scorrere senza attrito lungo il cilindro. Il pistone ha massa di 8 Kg e superficie di 10 cm^2 . Nel cilindro è rinchiusa la quantità di 2 moli di un gas perfetto, la cui temperatura viene innalzata di $15 \text{ }^\circ\text{C}$. Si calcoli :

- a) il lavoro compiuto o subito dal gas;
- b) la variazione di volume del gas dallo stato iniziale a quello finale.

Esercizio 2.

La trasformazione è isobara (non necessariamente reversibile);

a) $L = p\Delta V = pV_f - pV_i = nRT_f - nRT_i = nR\Delta T = 2 \cdot 8.31 \cdot 15 = 249.3 \text{ J};$

b) $p = p_i = p_f = p_{atm} + \frac{Mg}{S} = 1.01 \cdot 10^5 + \frac{8 \cdot 9.8}{10 \cdot 10^{-4}} = 1.794 \cdot 10^5 \text{ Pa};$

$$\Delta V = \frac{L}{p} = \frac{249.3}{1.794 \cdot 10^5} = 1.39 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3.$$

2. Un cilindro di volume 5 l contiene ossigeno puro alla pressione di 2 atm e alla temperatura di 250 K. L'ossigeno (assimilabile ad un gas perfetto) subisce le seguenti trasformazioni :

- riscaldamento a volume costante, in modo da raddoppiare la pressione;
- riscaldamento a pressione costante fino alla temperatura di 650 K;
- raffreddamento a volume costante fino alla pressione iniziale;
- raffreddamento a pressione costante fino alle condizioni iniziali.

Calcolare il calore scambiato in ciascuna delle quattro trasformazioni e il lavoro totale compiuto (o assorbito) dal gas in tutto il ciclo.

Esercizio 2.

Il cilindro contiene un numero di moli pari a $n = \frac{pV}{RT} = \frac{2 \times 1.01 \times 10^5 \times 5 \times 10^{-3}}{8.31 \times 250} = 0.486$.

L'ossigeno (biatomico) ha $c_v = \frac{5}{2}R$, $c_p = \frac{7}{2}R$;

a) trasformazione isocora, $T_{fin}/T_{ini} = p_{fin}/p_{ini} \rightarrow T_{fin} = 2T_{ini} = 500K \rightarrow \Delta T = 250 K$

$Q = nc_v \Delta T = 0.486 \times 2.5 \times 8.31 \times 250 = 2525 J$ (Q assorbito, quindi > 0).

b) trasformazione isobara, $Q = nc_p \Delta T = 0.486 \times 3.5 \times 8.31 \times (650 - 500) = 2120 J$ (Q > 0).

c) trasformazione isocora, la pressione dimezza, $T_{fin} = \frac{1}{2}T_{ini} = 325K \rightarrow \Delta T = -325K$

$Q = nc_v \Delta T = 0.486 \times 2.5 \times 8.31 \times (-325) = -3281 J$ (Q ceduto, quindi < 0).

d) trasformazione isobara, $Q = nc_p \Delta T = 0.486 \times 3.5 \times 8.31 \times (250 - 325) = -1060J$ (Q < 0).

Il calore totale è pari alla somma algebrica dei quattro valori $Q_{tot} = 304 J$ e, poichè l'energia interna non varia nel ciclo, è anche pari al lavoro totale del gas.

2. Un recipiente provvisto di stantuffo contiene due moli di gas perfetto biatomico. I valori iniziali della sua pressione e della sua temperatura sono, rispettivamente, 2 atm e 27 °C. Il gas viene lasciato espandere reversibilmente a temperatura costante finché la pressione non è scesa a 1 atm. Poi il gas viene compresso e simultaneamente riscaldato finché non è ritornato al suo volume iniziale. A questo punto la pressione è 2.5 atm.

- trovare la temperatura del punto finale;
- trovare la variazione totale di energia interna del gas;
- trovare il lavoro fatto dal gas durante l'espansione;
- infine determinare il calore che andrebbe sottratto al gas per riportarlo nello stato di partenza.

Esercizio 2

- Il punto iniziale e quello finale hanno lo stesso volume, per cui: $\frac{P_A}{T_A} = \frac{P_C}{T_C}$ pertanto $T_C = T_A \frac{P_C}{P_A} = (273 + 27) \frac{2.5}{2.0} = 375 \text{ K}$
- $\Delta U = nC_V \Delta T = 2 \frac{5}{2} 8.314 \cdot 75 = 3118 \text{ J}$
- Nell'espansione isoterma la pressione è dimezzata, quindi il volume è raddoppiato. $L = nRT \cdot \log \frac{V_B}{V_A} = 2 \cdot 8.314 \cdot 300 \cdot \log(2) = 3458 \text{ J}$
- Per riportare il gas nello stato iniziale occorre fare una trasformazione a volume costante, quindi si ha: $Q = nC_V \Delta T = 2 \frac{5}{2} 8.314 \cdot (-75) = -3118 \text{ J}$