Esercizio 2. Una certa quantità di gas è chiusa in un cilindro, posto in aria, che non consente scambi di calore con l'esterno. Il cilindro è chiuso ad un'estremità da un pistone, libero di muoversi. Se il gas assorbe una quantità di calore pari a 4.8×10^4 J, il suo volume aumenta da 2×10^5 a 3.8×10^5 cm^3. Calcolare :

a) il lavoro compiuto (o assorbito) dal gas;
b) la variazione di energia interna del gas.

Soluzione Il gas si espande, compiendo lavoro contro la pressione atmosferica. Pertanto il lavoro totale è positivo e vale :

$$L_{gas} = p_{atm} \times (V_f - V_i) = 1.82 \times 10^4 \ J \tag{5}$$

La variazione di energia interna si trova applicando il primo principio della termodinamica :

$$\Delta U = Q - L = 2.98 \times 10^4 \ J \tag{6}$$

NB Né la prima, né la seconda domanda richiedono di utilizzare l'approssimazione di gas perfetto.

2. Una pentola a pressione, di volume 10 litri, è riempita di ossigeno a pressione atmosferica e a temperatura di 20° C, e poi chiusa. La pentola è quindi posta a contatto di una sorgente di calore, in modo da ricevere 400 J di energia termica, con una trasformazione irreversibile. Trascurando la dilatazione termica della pentola ed usando l'approssimazione di gas perfetto, si calcoli :

a) la variazione di energia interna del gas;
b) la temperatura finale e la pressione finale del gas;
c) la variazione di entropia del gas.

Esercizio 2.

Dalla legge dei gas perfetti $n = p_1V_1/(RT_1) = 1.01 \cdot 10^5 \cdot 10 \cdot 10^{-3} \ / \ (8.31 \cdot 293) = 0.415 \ moli$

Il lavoro è nullo, pertanto $\Delta U = Q = 400 \ J$

U, S e T sono funzioni di stato, pertanto possiamo applicare le equazioni che legano stato iniziale e finale, anche se la trasformazione è irreversibile :

$\Delta U = nc_v \Delta T \Longrightarrow \Delta T = \Delta U \ / \ (nc_v) = 400 \ / \ (0.415 \cdot 5/2 \cdot 8.31) = 46.395 \ K$

$T_2 = T_1 + \Delta T = 339.4 \ K$

$\Delta S = nc_v ln(T_2/T_1) = 1.267 \ J/K$

$p_2 = p_1 \cdot T_2/T_1 = 1.17 \cdot 10^5 \ Pa = 1.16 \ atm.$

2. Un recipiente rigido di volume $V_o = 10\ l$ che non consente scambi di calore con l'esterno, contiene 0.6 moli di un gas perfetto monoatomico a pressione P_i e temperatura T_i. Il recipiente ha un rubinetto al quale viene collegato un palloncino di volume iniziale nullo. Il rubinetto viene aperto ed il palloncino si gonfia fino a raggiungere un volume finale $\Delta V = 6\ l$. Una volta raggiunto l'equilibrio termico, si trova che il gas ha una temperatura T_f di 324 K. Assumendo che anche il palloncino non consenta scambi di calore con l'esterno, si ha che l'espansione del gas è assimilabile ad una espansione adiabatica irreversibile. Trascurando inoltre la forza elastica di richiamo del palloncino rispetto alle forze di pressione, si determinino:

a) Il lavoro compiuto dal gas durante l'espansione.
b) La temperatura iniziale del gas.
c) La pressione iniziale del gas.

<u>Soluzione esercizio 2</u>

a) Il lavoro compiuto dal gas durante l'espansione.

Trascurando le forze elastiche di richiamo, il palloncino durante l'espansione compie lavoro contro la forza di pressione atmosferica. Dato che la trasformazione è irreversibile si ha:
$L\ =\ P_o \cdot \Delta V\ =\ 1 \cdot 6\ =\ 6\ atm \cdot l\ =\ 606\ J.$

b) La temperatura iniziale del gas.

La trasformazione è adiabatica, per cui il gas non scambia calore con l'esterno (Q=0); dal primo principio si ha: $\Delta U = -L$. Per un gas perfetto si ha: $\Delta U = n \cdot C_V \cdot \Delta T$, per cui:
$\Delta T = -L/(n \cdot C_V) = -L/(n \cdot \frac{3}{2}R) = -606/(0.6 \cdot 1.5 \cdot 8.314)\ =\ -81\ K$
$\Delta T = T_f - T_i\ \Rightarrow\ T_i = T_f - \Delta T\ =\ 324 - (-81)\ =\ 405\ K$

c) La pressione iniziale del gas si ricava dalla legge dei gas perfetti:
$P_i\ =\ n \cdot R \cdot T_i/V_i\ =\ 0.6 \cdot 8.314 \cdot 405/(10 \cdot 10^{-3})\ =\ 2.02 \cdot 10^5\ Pa\ =\ 2\ atm$

2. Un pallone aerostatico consiste in un involucro, che non consente scambi di calore con l'esterno, con pareti di massa totale trascurabile che possono deformarsi senza sforzo. Il pallone viene riempito con 1.5 m^3 di aria, a pressione atmosferica e alla temperatura ambiente di 25°C. Dopo che il pallone è stato chiuso, l'aria viene riscaldata, fino a che la forza ascensionale è di 5 N. Sapendo che l'aria può essere assimilata ad un gas perfetto di massa volumica 1.3 Kg/m^3 (a T=25°C), calcolare

a) la pressione all'interno del pallone alla temperatura finale;
b) il volume del pallone alla temperatura finale;
c) la temperatura finale.

Esercizio 2.

a) Visto che le pareti non esercitano forze sull'aria del pallone, la pressione interna deve essere uguale a quella esterna : $p_{int} = 1\text{atm}$;

b) Dalla legge di Archimede, visto che il pallone non perde aria :

$F_{tot} = V_{fin}\rho_{aria}g - V_{ini}\rho_{aria}g;$

$V_{fin} = V_{ini} + F/(\rho_{aria}g) = 1.89m^3;$

c) dalla legge dei gas perfetti, a pressione costante :

$T_{fin} = T_{ini}V_{fin}/V_{ini} = (273 + 25) \cdot 1.89/1.5 = 376K = 103°C.$

Disponiamo di un fornello e di un contenitore isolante del volume di 2 litri contenente acqua fino all'orlo.
Abbiamo osservato che scaldando l'acqua per 1 minuto e mezzo provochiamo un innalzamento della temperatura pari a 3°C.
Ipotizziamo che il fornello non disperda calore (tutta l'energia va all'acqua)

1)Si calcoli la potenza del fornello
2)Si calcoli quanto tempo occorre per portare l'acqua da 20 a 60 °C
3)Si calcoli l'energia che il fornello deve fornire all'acqua, partendo da una temperatura di 50°C per farla evaporare

---

1)
La potenza è definita come il rapporto tra il lavoro eseguito nell'unità di tempo e il tempo stesso.
Nel nostro caso, sappiamo che il lavoro (calore) può essere espresso mediante la legge della calorimetria

$Q=m\cdot c\cdot \Delta T=2kg\cdot 4180 JKg\cdot °K\cdot 3°K=25080J$

Si è sostituito l'unità Celsius con l'unità Kelvin perchè la variazione non muta (la variazione di 1°K è uguale a quella di 1°C).
Sapendo che l'unità di tempo è 90sec possiamo affermare che la potenza corrisponde a

$W=Q\Delta t=25080J90sec=278W$

2) Conoscendo ormai la potenza, è semplice.
Calcoliamo il calore che occorre, innanzitutto.

$Q=mc\Delta T=2\cdot 4180\cdot 40J=334400J$

Sapendo che in a potenza è W=278, possiamo affermare che in 1sec il fornello fornisce 278J.
Possiamo ricavare il tempo incognito con una proporzione

$2781=334400t$

Oppure sfruttando

$t=QW=334400278sec$

In ambo i casi, la risposta è 1202sec (circa 20 minuti)

3)Per evaporare a condizioni standard, l'acqua raggiunge prima i 343°K
Calcoleremo separatamente Q1, ovvero il calore necessario per portare il liquido a 343°K, e Q2, il calore da fornire per l'evaporazione.

$Q1=mc\Delta T=2\cdot 4180\cdot 50J=418000$

Per trovare Q2 ricordiamo che il calore latente d'evaporazione dell'acqua vale 2272000Jkg

$Q2=2\cdot 2272000=4544000$

Il calore totale sarà pari a

$Q=Q1+Q2=4962000J$

Ovvero poco meno di 5MJ

Una cisterna cilindrica, alta **H = 4 m** e del diametro **D = 1 m** poggia a terra ed ha un forellino del diametro **d=1 cm** ad una altezza **h = 1 m** dal suolo.
Calcolare:
a) il rapporto fra le velocità dell'acqua alla superficie della botte e all'uscita dal forellino;
b) la velocità di deflusso dell'acqua dal forellino, facendo le opportune approssimazioni;
c) Facoltativo: la distanza orizzontale dalla botte a cui ricade al suolo l'acqua che fuoriesce dalla botte attraverso il forellino.

a) Il rapporto fra le velocità dell'acqua alla superficie della botte e all'uscita del forellino si ottiene dall'equazione di continuità, ossia:

$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$

$$\pi\left(\frac{D}{2}\right)^2 v_1 = \pi\left(\frac{d}{2}\right)^2 v_2$$

$$\frac{v_1}{v_2} = \left(\frac{d}{D}\right)^2 = \left(\frac{10^{-2}\,m}{1m}\right)^2 = 10^{-4}$$

b) La velocità v_2 di deflusso dell'acqua dal forellino si ottiene applicando il teorema di Bernoulli:

$$p_1 + \rho g h_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = p_2 + \rho g h_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$$

$$\frac{1}{2}\rho v_2^2 - \frac{1}{2}\rho v_1^2 = p_1 - p_2 + \rho g(h_1 - h_2)$$

$$\frac{1}{2}\rho v_2^2 \approx \rho g(H - h)$$

Infatti, $p_1 = p_2 = 1$ atm ed in base al risultato del punto a) il termine in v1 è trascurabile rispetto a quello in v_2, da cui segue:

$$v_2 \approx \sqrt{2g(H-h)} = \sqrt{2\times 9.8m/s^2 \times (4m - 1m)} \approx 7.7\,m/s$$

c) Facoltativo:

All'uscita dal forellino il moto del fluido è di tipo parabolico, essendo soggetto alla sola accelerazione di gravità. Le equazioni del moto in x ed y sono quindi:

$$x = v_2 t$$

$$y = h - \frac{1}{2}gt^2$$

La posizione d a cui porre il secchio si ottiene imponendo y=0, ossia:

$$0 = h - \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2\times 1m}{9.8m/s^2}} = 0.45\,s$$

$$d = v_2 t = \sqrt{2g(H-h)} \times \sqrt{\frac{2h}{g}} = 2\sqrt{h(H-h)} \approx 3.46\,m$$

FLUIDI

In una condotta orizzontale di sezione A_1**=5 cm**^{2} scorre acqua. In un secondo tratto della condotta la sezione diventa A_2**=3.5 cm**^{2}.

a) calcolare la velocita` v_1 nel primo tratto sapendo che la velocita' nel secondo tratto vale v_2 **= 1 m/s**
b) calcolare la pressione p_2 del fluido nel secondo tratto sapendo che nel primo si ha p_1**=0.04 atm**

Fluidi

a) Per l'equazione di continuità $A_1 v_1 = A_2 v_2$

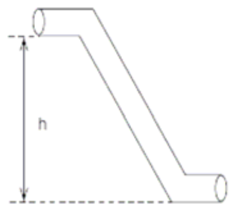
$$v_1 = v_2 \frac{A_2}{A_1} \simeq 0.7\ m/sec$$

b) Per il teorema di Bernoulli (considerando che la condotta è orizzontale)

$$P_1 + \frac{1}{2} d\, v_1^2 = P_2 + \frac{1}{2} d\, v_2^2 \qquad P_1 = 0.04\ atm \simeq 4052\ pa$$

$$P_2 = P_1 + \underbrace{\frac{1}{2} d\, (v_1^2 - v_2^2)}_{\text{N.B. è in Pascal!}} \simeq 3797\ pa$$

Esercizio 3: Una condotta di sezione costante scende da una montagna con un dislivello pari a $h = 40\,m$. La pressione del fluido in cima alla montagna é pari alla pressione atmosferica P_0 e quella a valle é pari a $P_1 = 5\,atm$. La velocità del fluido a monte é $v = 5\,m/s$. Si assuma il fluido nella condotta si comporti in maniera ideale con moto stazionario e irrotazionale.



a) Calcolare la velocità del fluido nei vari tratti della condotta;

b) Quanto vale la densità del fluido (in unità SI) ? Che fluido potrebbe essere ?

Soluzione esercizio 3:

a) Se $v_A = 5\,m/s$ la portata iniziale vale $Q_A = 5S\,m^3/s$ dove S é la sezione. La portata é costante, ed essendo la sezione costante lo deve essere anche la velocità.

b) Usiamo la legge di Bernoulli $\frac{1}{2}dv_1^2 + P_1 = \frac{1}{2}dv_0^2 + P_0 + dgh$, da cui, tenendo conto che la velocità é costante, otteniamo la densità del fluido $d = \frac{P_1 - P_0}{gh} \simeq 1034Kg/m^3$. La densità é molto simile a quella dell'acqua.

ESERCIZIO 2
Un corpo cilindrico di base $S = 100\ cm^2$ ed altezza $d = 20$ cm viene immerso in acqua verticalmente, con la base inferiore a profondità $H = 5$ m. Calcolare:

1. Le forze di pressione esercitate dal fluido circostante sulla base superiore ed inferiore del cilindro;
2. Il peso che il corpo deve avere affinché, lasciato libero, rimanga fermo in equilibrio a profondità H.

Soluzione Esercizio 2: 1. Usando la legge di Stevino abbiamo che la pressione sulla faccia superiore vale $p_1 = p_0 + \rho\ g\ (H-d) \approx 1.572\ 10^5\ N/m^2$, mentre sulla faccia inferiore vale $p_2 = p_0 + \rho\ g\ H \approx 1.592\ 10^5\ N/m^2$. Le forze di pressione esercitate dal fluido sulla faccia superiore ed inferiore del cilindro sono quindi: $F_1 = p_1 \times S \approx 1572$ N ed $F_2 = p_2 \times S \approx 1592$ N; 2. Affinché il corpo rimanga in equilibrio a profondità H è necessario che la spinta di Archimede eguagli il peso del corpo. La spinta di Archimede è pari alla differenza fra le forze di pressione precedenti, quindi $F_g = mg = F_2 - F_1 = 20$ N.