

Esecitazione AM3 n.4-A.A. 2007-2008

Cambiamento di variabili-Coordinate polari e cilindriche

1. Calcolare l'integrale

$$\int_D x^2 + y^2 - 2y + 3 dx dy$$

dove D é la corona circolare di raggi 1 e 2 e centro nel punto $(2, 1)$.

2. Calcolare la misura della regione di piano compresa tra le rette $y = 2x$ e $y = x$ e le iperboli $xy = 1$ e $xy = 2$.

3. Calcolare l'integrale

$$\int_D \frac{x+y}{x^2+y^2} dx dy$$

dove D é la parte superiore della corona circolare di raggi 1 e 2.

4. Calcolare l'integrale

$$\int_D \frac{\sqrt{xy}}{x^2+y^2} dx dy$$

dove $D := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid \frac{\sqrt{3}}{3}x \leq y \leq \sqrt{3}x, 1 \leq xy \leq 2\}$.

5. Trovare la misura della parte di piano della curva $x^2+y^2 = \sqrt{x^2+y^2}+x$ che sta sotto la retta $y = x$ e nel primo quadrante ($D := \{(\rho, \theta) \in [0, +\infty[\times [0, 2\pi[\mid 0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{4}, 0 \leq \rho \leq 1 + \cos \theta\}$).

6. Trovare la misura dell'insieme ottenuto intersecando il cono $z^2 < x^2+y^2$ e il cilindro $x^2 + y^2 < 2x$.

7. Calcolare l'integrale

$$\int_D y dx dy dz$$

dove $D := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq z \leq 1, 0 \leq y \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 1\}$ (uno spicchio).

8. Calcolare l'integrale

$$\int_D \frac{1}{x^2 + y^2}$$

dove $D := \{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq z^2 \leq 4(x^2 + y^2), x, y \geq 0, \frac{1}{2} \leq z \leq 1 \}$

Lavoro a casa Calcolare

1. la misura del dominio delimitato dalla circonferenza di raggio $\sqrt{2}$ nel primo e quarto quadrante che sta sotto la parabola $y = x^2$.

2.

$$\int_D (x^2 + y^2) dx dy$$

dove $D := B_1(\bar{1}, 0) \cup \mathbb{R} \times \mathbb{R}_+$.

3.

$$\int_D \frac{\tan^2(x + y)}{\tan(x + y) + 1} dx dy$$

dove D é il dominio compreso tra le rette $x - y = -\frac{\pi}{6}$, $x + y = \frac{\pi}{6}$, $x - y = \frac{\pi}{6}$ e $x - y = -\frac{\pi}{6}$.