

AM3 Tutorato 3

A.A. 2007-2008

Docente: Prof. P. Esposito

Tutori: G. Mancini, D. Piras

Tutorato 3 del 4 Marzo 2008

Esercizio 1 Calcolare il massimo e il minimo della funzione $f(x, y) = xe^{1-x^2+y^2}$ sulla curva $C = \{(x, y) \mid x^4 - x^2 + y^2 = 0\}$

Esercizio 2 Sia $f(x, y) = \min\{xy^2 - x, 0\}$. Calcolare il massimo e il minimo di f nell'insieme $A = \{(x, y) \mid x^2 + 4y^2 = 4\}$

Esercizio 3 Calcolare il massimo e il minimo assoluti della funzione $f(x, y, z) = 5x^2 + 3y^2 + 2z^2$ nell'insieme $A = \{(x, y, z) \mid 0 \leq z \leq 1 - x^2 - y^2\}$

Esercizio 4 Stabilire se la funzione $f(x, y, z) = x^2y^2 - x^2y^2z^2$ ha un massimo e un minimo nell'insieme $A = \{(x, y, z) \mid 0 \leq y \leq x, |z| \leq 1\}$

Esercizio 5 Sia

$$f(x, y, z) = \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 & \text{se } x \leq 0 \\ x + y + z^2 & \text{se } x > 0 \end{cases}$$

Sia $D = D_+ \cup D_-$ ove $D_{\pm} = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq 1, \pm x \geq 0\}$

a) Calcolare il massimo/minimo assoluto di $x + y + z^2$ in D_+

b) Calcolare il massimo/minimo assoluto di $x^2 + y^2 + z^2$ in D_-

c) Dai due punti precedenti dedurre il valore dell'estremo superiore/inferiore di f in D . Stabilire inoltre se tale valore rappresenta il massimo/minimo assoluto di f in D determinando i punti ove venisse eventualmente assunto

Esercizio 6 Sia $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid xy + \frac{1}{2} \sin(xy) > \pi\}$ e sia $f(x, y) = \frac{1}{x^2+y^2}$

a) Stabilire se A è compatto

b) Calcolare, qualora esista, $\lim_{|(x,y)| \rightarrow \infty} \frac{1}{x^2+y^2}$

c) Determinare l'estremo superiore/inferiore di f in A ed eventuali punti di massimo/minimo assoluto

(Sugg: la funzione $g(t) = t + \frac{1}{2} \sin t$ è monotona strettamente crescente e $g(\pi) = \pi$)

Esercizio 7 Calcolare il massimo e il minimo della funzione $f(x, y, z) = xyz$ sul bordo dell'insieme $A = \{(x, y, z) \mid y \leq z, x^2 + y^2 + 4z^2 \leq 4\}$

Esercizio 8 Sia $F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ definita da $F(x, y_1, y_2) =$

$$= (e^{y_1} \cos y_1 + (y_2 + 1) \sin x - 1, 1 - \log(e + x) + y_2 + y_1 \arctan(1 - e^{y_2}))$$

Mostrare che $\exists g : B_r(0) \rightarrow B_\rho(0, 0)$ di classe C^1 tale che $F(x, g(x)) = 0$ $\forall x \in B_r(0)$ e stimare i raggi r e ρ