# Appello C di AM3 - 12/1/2009

**1)** [7.5 punti] Calcolare l'area della superficie cartesiana $z = x^2 - y^2$ al variare di $(x, y) \in S$, ove $S$ è il disco unitario centrato nell'origine:

$$S = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \ x^2 + y^2 \leq 1\}.$$

**2)** [7.5 punti] Verificare la validitá del Teorema di Gauss-Green per la $1-$forma differenziale $\omega = xy^2 dx - (x + y)dy$ sulla regione

$$E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \ x^2 + y^2 \leq 1 \ , \ \ |y| \leq x\}.$$

**3)** [7.5 punti] Determinare il massimo e minimo assoluti della funzione

$$f(x, y, z) = xy + yz + zx$$

sulla sfera unitaria

$$S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : \ x^2 + y^2 + z^2 = 1\}.$$

Descrivere i punti nei quali il massimo e minimo assoluti vengono raggiunti.

**4)** [7.5 punti] Discutere l'invertibilitá locale in $(0, 0)$ della funzione

$$f(x, y) = \left(\sin x + xy, e^y + x^3 \ln(1 + y)\right),$$

determinando eventualmente un esempio esplicito di intorno di $f(0, 0)$ su cui la funzione inversa esiste.