

Corso di laurea in Matematica - Anno Accademico 2006/2007

GE4 - Geometria Differenziale 1

TUTORATO X - LIVIA CORSI E GABRIELE NOCCO (13-12-06)

ESERCIZIO 1. Non esistono superfici Minime compatte in \mathbb{R}^3 . Dimostrare o trovare un controesempio.

ESERCIZIO 2. Abbiamo visto che se $p \in \Sigma$ è un massimo relativo della funzione $\delta = \|\cdot\|^2$ allora p è ellittico. Considerare la funzione δ sull'iperboloide a una falda

$$\Sigma = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z^2 - x^2 - y^2 + 1 = 0\}.$$

δ ammette un massimo assoluto? δ ammette un massimo relativo? δ ammette un minimo assoluto?

ESERCIZIO 3. Mostrare con degli esempi che in generale in un punto di minimo per $\delta = \|\cdot\|^2 : \Sigma \rightarrow \mathbb{R}$ la curvatura di Gauss può avere segno positivo, negativo o nullo.

ESERCIZIO 4. Mostrare che il catenoide $X_1(u, v) = (\cosh v \cos u, \cosh v \sin u, v)$ e l'elicoide $X_2(u, v) = (v \cos u, v \sin u, u)$ sono superfici Minime, la prima è di rotazione e la seconda è rigata.