AM3 - Esercitazione 6
28 maggio 2007

1) Calcolare l'area della superficie sferica $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 = 1\}$.

2) Calcolare l'area della porzione di paraboloide $z = x^2 + y^2$ sopra il disco unitario $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1\}$ usando la formula per l'area dei grafici e delle superfici di rotazione.

3) Calcolare l'area della superficie sferica $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 = 1\}$ usando la formula per l'area delle superfici di rotazione.

4) Siano $\omega_1 = ydx + xdy$, $\omega_2 = ydx + xdy + (y + z)dz$ due 1-forme definite rispettivamente in $\mathbb{R}^2$, $\mathbb{R}^3$. Sia $S = \{(x, y, z) : 0 < z = 1 - x^2 - y^2\}$ una porzione di paraboloide. Allora:
a) determinare se ω_1, ω_2 sono forme esatte rispettivamente in $\mathbb{R}^2$, $\mathbb{R}^3$, calcolandone eventualmente un potenziale associato;
b) calcolare $\int_{\partial^+ S} \omega_2$;
c) verificare direttamente il Teorema di Stokes per il campo vettoriale $F(x, y, z) = (y, x, y + z)$ sulla superficie S.