Appello B di AM3 - 2/7/2007

1) Sia $f(x,y) = (1 + x^2 + y)e^{x-y}$ e $D = \{(x,y) : \ |x| \leq 1\ , \ \ |y| \leq 1\}$. Determinare il valore massimo/minimo di $f(x,y)$ in D ed esibire i punti ove viene raggiunto.

2) Calcolare

$$\int_E \frac{dx\, dy\, dz}{x^2 + y^2 + 2z^2},$$

ove E è la porzione della palla unitaria al di sopra del piano orizzontale $z = \cos\alpha$, $\alpha \in [0, \pi]$.

3) Sia

$$f(x,y) = \begin{cases} (1+x)\sin y & \text{se } y < 0 \\ \cos x \ln(1+y) & \text{se } y \geq 0. \end{cases}$$

Allora:

a) discutere la continuitá di $f(x,y)$ in $\mathbb{R}^2$;

b) calcolare le derivate parziali di $f(x,y)$;

c) discutere la differenziabilitá di $f(x,y)$ in $\mathbb{R}^2$;

d) provare o confutare l'affermazione $f \in C^1(\{0\})$.

4) Calcolare il seguente integrale:

$$\int_{\partial^+ T} x^2 y\, dx - (x+y)\, dy,$$

ove $T = \{(x,y) : x^2 + y^2 \leq 1,\ |y| \leq |x|\}$.